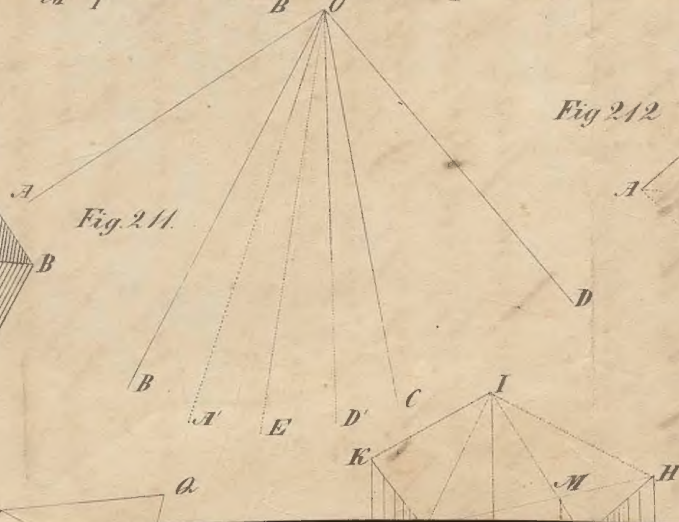
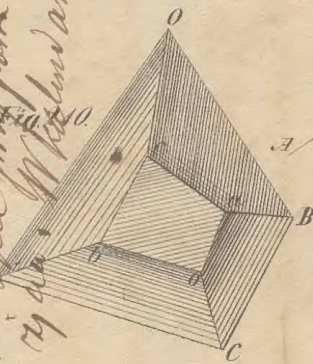
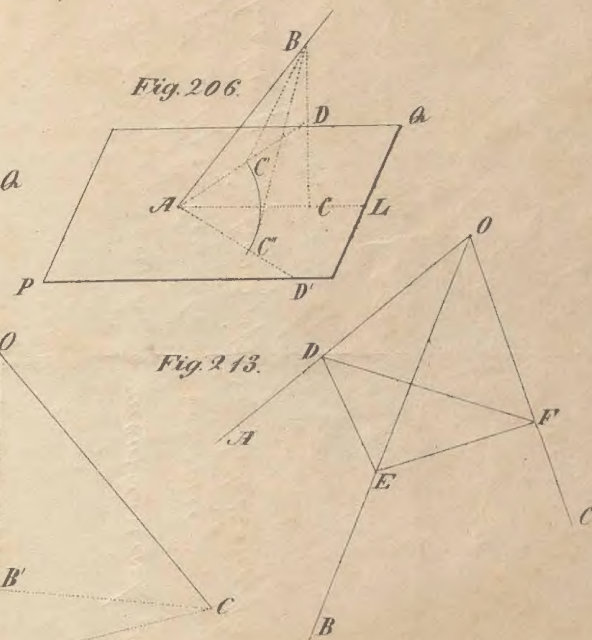
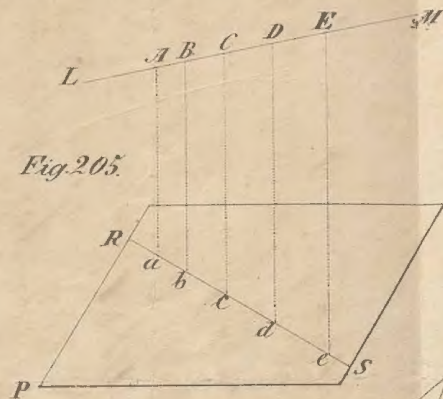
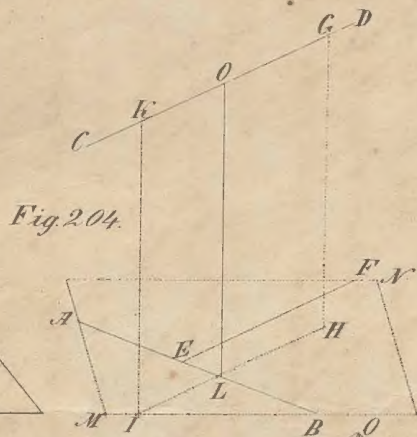
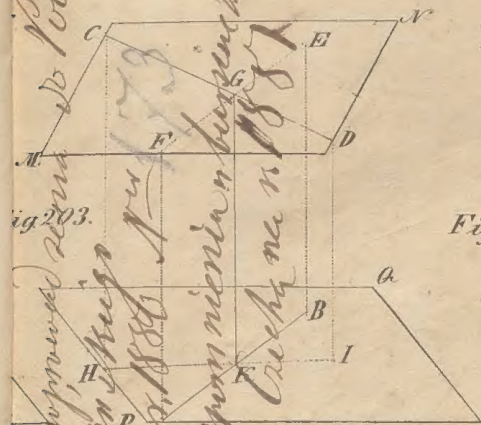


W. Inn. 4191.



Elementarne sposoby
rozwiązania równań liczbowych
dotąd rzadkie i więcej rozgłosu
mające

Rekopiesz składa się z 26 arkuszy



Cyprus jura moich wyzniciowych
w Encyklopedyi wydanej przez Orgelbrandu
w Warszawie, pozmiej po przysie rozstan
spoczynku napisalem.

1. Elementarne rozwiazanie prawien' liczbowych
wygranych stopni. Ten rozkopis spocynka
solze u mnie w biorsku.
2. Dopitnienie mojej Algibry, objmujze
rozwiązanie badan nieczarowanych
procedurzych do przewien' drugich stopni.
Rozkopis spocynka w biorsku.
3. Arytmetyka porzatkowa w dwach czesciach.
Rozkopis lakri w biorsku.
11. Pogadanki naurowicla wiejskiej falkotki
o gospodarstwie ziemni. o kulijskiej ziemi.
- (*) Oraz jej dzielem i roznym ruku. Druk.
wacne w Ciupnie maktadem Cydelni ludowij 1872.
6. Gwiazdary opadajze, kule ogniste, aerolity i komety.
Drukowane w Biblijotece warszawskiej w styczniu
grudnia 1874.
6. Trzascienica ziemni i Wulkania. Drukowane
wacne w odcinku „Czasu“ Nr 225, 241, 242, 243. 1874.
7. Swiat widzialny i swiat niewidzialny. Drukowane
wacne w odcinku „Czasu“ Nr 128, 129, 131, 132, c. r. 1875
8. Co dzieje' natury o zamieszkanium nieznosciowych
swiatow? Drukowane w odcinku „Czasu z Ligne
1876.
- (*) 9. Dalsze pogadanki o ziemniach stoma i kisijska
przeftane lije Cydelni. Porumie sie na jej izdanie:!
sta braku funduszu jipre do od nicodukowane?
12. W Biblijotece Opolin'skiej 2 p. w styczniu nie gra,
nieglam nawet roku, j arlykut pod ty lutu „Najnowsze
odkrycia w astronomii“.
13. tudziez inny arlykut pod ty lutu „Wynalazek i na-
stepne odortowalome kuleskopow“.
10. Fizyczny sklad stoma. Drukowane w odcinku „Czasu
w r. 1877
11. Nome miary i Wagi. Krotki arlykut w Walendownu
J. Ciska na rok 1879.

Wson jakej sie dodej
pwtarac x prae
niruph Melome
by kow na si'm
proh, Marie Luce,
Drie'ze

[illegible]

W tym jednak przysługis do wytknięcia każdego z elementarnych spo-
sobów, flawisz przed cery uwerzysz fis twierdzenia i to rozprysklo co jest
potrzebniem flawo mamy jaluć prównanie do rozwiżzania.

§1. Trównaniem algebracjennym nazywamy każde wyrażenie złozone z dwóch części: znakiem równości (=) z jednej strony, & w drugiej jest jedna lub więcej ilości nieznanych, powiększone kwadratami, lub potęgami, albo i z trójkątami arytmetycznymi, & znanymi potęgami. W takim równaniu znak (=) bynajmniej nie znaczy, że jedna część, t.j. stojąca po lewej stronie, jest równa tej, która stoi po prawej stronie, ale raczej, że oba wyrażenia, albo lepiej, że dwa wyrażenia, które są po obu stronach znaku (=), są sobie równe, & że ich różnica jest równa zeru. W takim razie do pierwiastka, który jest pierwiastkiem z jednej strony, należy dodać, aby pierwiastek z drugiej strony był równy zeru. Tego w każdym razie dostrzeżemy, że pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru. W takim razie do pierwiastka, który jest pierwiastkiem z jednej strony, należy dodać, aby pierwiastek z drugiej strony był równy zeru. Tego w każdym razie dostrzeżemy, że pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru.

§2. Trównanie, którego współwzrostem jest jedna lub więcej potęgami ilości nieznaney, & złożeńiami algebracjennymi, t.j. złożeńiami, nazywamy trównaniem ogólnym. W takim równaniu, które jest trównaniem ogólnym, pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru. W takim razie do pierwiastka, który jest pierwiastkiem z jednej strony, należy dodać, aby pierwiastek z drugiej strony był równy zeru. Tego w każdym razie dostrzeżemy, że pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru.

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

W takim równaniu, które jest trównaniem ogólnym, pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru. W takim razie do pierwiastka, który jest pierwiastkiem z jednej strony, należy dodać, aby pierwiastek z drugiej strony był równy zeru. Tego w każdym razie dostrzeżemy, że pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru.

$$x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

W takim równaniu, które jest trównaniem ogólnym, pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru. W takim razie do pierwiastka, który jest pierwiastkiem z jednej strony, należy dodać, aby pierwiastek z drugiej strony był równy zeru. Tego w każdym razie dostrzeżemy, że pierwiastek z jednej strony, który jest pierwiastkiem z drugiej strony, jest równy zeru.

$$\frac{f(x)}{x-x_1} = f_1(x) \dots \dots (A)$$

Le rromania (a) mupada

$$f(x) = (x - x_1) f_1(x) \dots \dots (1)$$

Chciemy teraz prawić podział przez $x - x_2$. Siedź drugi manny

$$\frac{f(x)}{x - x_2} = \frac{(x - x_1)}{x - x_2} f_1(x)$$
$$\frac{f(x)}{x-x_2} = (x-x_1) \frac{f_1(x)}{x-x_2} = (x-x_1) f_2(x) \dots \dots (3)$$
$$f_2(x) = c_n x^{n-2} + c_{n-1} x^{n-3} + c_{n-2} x^{n-4} + \dots + c_3 x + c_2$$

2) $\rightarrow \text{end} + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 1$
 (Z poprzedniego równania wypada)

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2) \dots (x-x_n) \quad (2)$$

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \dots f_s(x) \dots \dots (3)$$

$$f_3(x) = d_n x^{n-3} + d_{n-1} x^{n-4} + d_{n-2} x^{n-5} + \dots + d_4 x + d_3$$

(Dahj snadjele sig)

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) f_4(x) \dots (4)$$

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)(x-x_5) f_5(x) \quad (5)$$

drugiego $f_{n-2}(x)$, który dzieląc następnie przez $x - x_{n-1}$, otrzymamy iloraz $f_{n-3}(x)$ który będzie stopnia pierwszego. Ten następnie dzielimy przez $x - x_n$ znajdziemy na iloraz 1, ~~co jest już wszystko~~ $f(x) = (x - x_1) \dots (x - x_n)$

$$f(x) = (x - x_1) f_1(x)$$

$$f_1(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots f_2(x)$$

$$f_2(x) = (x - \alpha_3) f_3(x)$$

$$f_4(x) = (x - x_5) f_5(x)$$

$$f_{n-3}(x) = (x - x_{n-2}) f_{n-2}(x)$$

$$f_{n-2}(x) = (x - x_{n-1}) f_{n-1}(x)$$

$$f_{n-1}(x) = 1, f_n(x) = x - x_n$$

$$f_{n-1}(x) = m_n' f_n(x) = m_n(x - x_n)$$

albo

jeżeli teraz nie przedostawiamy równania polaryzmy wartości na $f_{n-1}(x)$ z offsetu
przede, a potem w następnym, offsetu po prostu, wartości za $f_{n-2}(x)$ z przed
offsetu i t.d. aż przyjdziemy do równania pierwszego i w tym poło-
żymy wartość za $f_1(x)$ rozidła drugiego, otrzymamy w końcu

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)(\dots)(\dots)(x-x_{n-3})(x-x_{n-2})(x-x_{n-1})(x-x_n)$$

w razie że pierwotne równanie było w postaci drugiej $f(x) = x^2 + a_n x^{n-1} + \dots$

lub też $f(x) = a_n(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(\dots)(\dots)(x-x_{n-2})(x-x_{n-1})(x-x_n)$

jeżeli w pierwszym poście było równanie pierwotne $f(x) = 0$, gdyż
stała której offsetu się $b_n = a_n, c_n = b_n, d_n = c_n$ i t.d. t.j. że $m_n = a_n$

Żeby się polaryzować się równanie $f(x) = 0$ ma być pierwotne i nie
ile największymi przykładami ile i nie ma więcej w sobie i nie jest
jego wielomian rozkładu na czynniki rzeczywiste kwadratowych czyli
linijowych. Pomijam tu drwota że to równanie nie może mieć więcej
pierwiastków jako nieosiemnie tabu.

Ponieważ ^{współ}czynnik a_n w równaniu nie zmienia dowodu, różnych twierdzeń
jako podaje o równaniu $f(x) = 0$, takim w dalszym ciągu uważać będę
równanie $f(x) = 0$.

§5. Czynnik pierwotny $x-x_1, x-x_2, x-x_3$ i t.d. prościej naturalnie
nie pierwiastków x_1, x_2, x_3, \dots dodatnich; gdyż chcieliśmy pierw-
wiastki były odjemne $-x_1, -x_2, -x_3, \dots$, oczywiście że czynnik
nie pierwiastków byłoby $x+x_1, x+x_2, x+x_3, \dots$ a powyższe
równanie pierwotne prościej ma następujące

$$f(x) = (x+x_1)(x+x_2)(x+x_3)(\dots)(\dots)(x+x_{n-1})(x+x_n)$$

W razie powyższego równania wykonawczy narzucił nam równanie
otrzymane naturalnie pierwotne równanie pod drugą postacią t.j.

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

w którym znajdziemy

$$\begin{aligned} a_{n-1} &= -(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n) \\ a_{n-2} &= + (x_1 x_2 + x_1 x_3 + \dots + x_1 x_n + x_2 x_3 + \dots + x_2 x_n + \dots + x_{n-2} x_{n-1} + x_{n-2} x_n + x_{n-1} x_n) \\ a_{n-3} &= - (x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \dots + x_1 x_2 x_n + x_1 x_3 x_4 + \dots + x_1 x_3 x_n + \dots + x_{n-2} x_{n-1} x_n) \\ a_{n-4} &= + (x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_5 + \dots + x_1 x_2 x_3 x_n + x_1 x_2 x_4 x_5 + \dots + x_1 x_2 x_4 x_n + \dots + x_{n-3} x_{n-2} x_{n-1} x_n) \\ &\dots \\ a_1 &= \pm (x_1 x_2 x_3 \dots x_{n-1} + x_1 x_2 x_3 \dots x_{n-2} x_n + \dots + x_2 x_3 x_4 \dots x_{n-1} x_n) \\ a_0 &= \mp x_1 x_2 x_3 \dots x_n \end{aligned}$$

z czego jedno wyryłac można czuć że współczynnik równania i po-
rządowanego, mianowicie że są różnymi potęgami pierwiastków tego
równania i że one oczywiście wyrażeniom symetrycznym tych pierwiast-
ków.

Przyjrzyjmy się wartościom różnych współczynników, nam
dostrzeżemy że znaki ich idą naprzemiennie $+$ i $-$, a gdybyśmy wyko-
nali podobne jak wyżej rozumowanie, w równaniu tegoż §fu gdzie
miałobyśmy pierwiastki x_1, x_2, x_3, \dots za odjemne, tedy ponieważ w po-
danych czynnikach pierwiastków same byłyby znaki $+$ i majdłby
nie ma potrzeby aby się o tym mowała otrzymano chciałby jeden wypr-
odjemny ale wprostnie dodatnie. Napisałoby więc że dwa równania
pod sobą tak jak wypadają z równaniem czynników pierwiastków
być
 $f(x) = x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$
 $f(x) = x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Alc druzie

gale si n. Kto.

[illegible]

2. tego rodzaju doftinierianizm myśli, że Chce prionanizm $f(x) = 0$ generować na
inne właściwości, prionanizm myśli, że prionanizm prionanizm prionanizm
go, dosyć jest prionanizm, prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm
miejscach prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm
 $a_{n-1}, a_{n-2}, a_{n-3}, \dots, a_1, a_0$ znaczenie prionanizm, a nawet w prionanizm, w prionanizm
ostatek a_0 być może prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm
dwóch, lub więcej prionanizm, prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm
miany prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm prionanizm
prionanizm prionanizm.

Porzisce prawidło morina i tak naocznie pokazae. Wznowianiu

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + a_{n-4}x^{n-4} + a_{n-5}x^{n-5} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$$

Spierwiffli der jige
magg, byi orgen
dada ne a orgen
od jinn ne dur nam
esthem wie mne

[illegible]

$$f(-x) = x^n - a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} - a_{n-3}x^{n-3} + a_{n-4}x^{n-4} - a_{n-5}x^{n-5} + \dots + a_2x^2 - a_1x + a_0$$

Wzrosty potęg x i y jest liczbą nieparzystą, za pomocą x i y będzie
potęgi $n, n-2, n-4, n-6, \dots$ nieparzyste a resztę odjemny, będzie
 $x^n - a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} - a_3 x^{n-3} + a_4 x^{n-4} - \dots - a_n x^3 + a_{n-1} x^2 - a_{n-2} x + a_{n-3}$

gültig $f(-x) = -x^n + a_{n-1}x^{n-1} - a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} - a_{n-4}x^{n-4} + \dots - a_3x^3 + a_2x^2 - a_1x - a_0 = 0$
 also $f(-x) = -x^n + a_{n-1}x^{n-1} - a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} - a_{n-4}x^{n-4} + \dots + a_1x - a_0 = 0$

|| bo wolno jst pnie,
mę andrzej latem
zobowazanie na pnie
ciwone, groy to my,
chodi my to jak roz
mowyc ciele zrowne,
nie pniez — 100 jub
w sadzono tukie wol
no.

~~Współpłynnem~~.
~~Współpłynnem~~ tak jak i w poprzednim, w naszym, tylko wyro-
 szymy najmniejszą wartość miąższości, mianowicie.

[illegible]

Fingerringe Kowa,
stem

† Saline & pulum
wzrony i bierne
wzpradnie,

(Z tych dwóch współczesnych miłośników wypadła także mądrych być i dyktando m
wniosek „że gdyby w równaniu $f(x) = 0$ stała wyraz a_0 był zero, m
tenor, jeden z pierwiastków równania musiałby być zero. Tedyż, gdyby
w równaniu, brachowało wyrazu drugiego, t. j. wyrazu drugiego
proszę ilości mianu x^2 i x i stałoby się wyrazie pierwiastku, wtedy z
wnością twierdząc możemy się sumą pierwiastków dodatkowych równa
sumie odjemnych. Marząc, ponieważ, jak się już wspominało, raczone
współczesnych miłośników funkcjami symetrycznymi pierwiastków, radim
nie najęz nabrać tych pierwiastków, obachować można z samych
współczesnych miłośników Marząc funkcji symetrycznych pierwiastków równania.

§6. Rozpamiętać, że jeżeli x wielomian $f(x) = 0$ to x ma najwyżej n pierwiastków, jeżeli $f(x)$ jest wielomianem stopnia n i nie jest zerem. Jeżeli $f(x)$ jest wielomianem stopnia n i nie jest zerem, to ma najwyżej n pierwiastków. Jeżeli $f(x)$ jest wielomianem stopnia n i nie jest zerem, to ma najwyżej n pierwiastków.

a) Karta zmiennych

§6. Bardzo często jest użyte w rozwiązywaniu równań, nierówności, równań $f(x) = 0$, na imię, którego, by nie było, by było o jakiejś ilości x h , większe lub mniejsze. Dla wartości h jest pewien, więc obieramy h i wtedy $f(x+h)$ jest wielomianem stopnia n i nie jest zerem, więc ma najwyżej n pierwiastków. Jeżeli $f(x) = 0$, a h jest dowolnym, to $f(x+h)$ jest wielomianem stopnia n i nie jest zerem, więc ma najwyżej n pierwiastków. Jeżeli $f(x) = 0$, a h jest dowolnym, to $f(x+h)$ jest wielomianem stopnia n i nie jest zerem, więc ma najwyżej n pierwiastków.

$$f(x+h) = 0 = (x+h)^n + a_{n-1}(x+h)^{n-1} + a_{n-2}(x+h)^{n-2} + \dots + a_1(x+h) + a_0 = 0$$

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$$

$$f_1(x) = nx^{n-1} + (n-1)a_{n-1}x^{n-2} + (n-2)a_{n-2}x^{n-3} + \dots + a_{n-1}$$

$$f_2(x) = \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2} + \frac{(n-1)(n-2)}{2}a_{n-1}x^{n-3} + \dots + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3}a_{n-3}x + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3}a_{n-2}$$

$$f_3(x) = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}x^{n-3} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6}a_{n-1}x^{n-4} + \dots + \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3}a_{n-4}x + \frac{2 \cdot 1 \cdot 0}{1 \cdot 2 \cdot 3}a_{n-3}$$

$$f_{n-1}(x) = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-3)(n-2)(n-1)}{(n-1)!}x + \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3}a_{n-1} = 1$$

$$f_n(x) = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-3)(n-2)(n-1)}{(n-1)!} = 1$$

Wartość h wzięty, uważa się, że gdyby h był wielomianem stopnia n , to $f(x+h)$ byłby wielomianem stopnia $2n$, a nie n . Wtedy $f(x+h)$ byłby wielomianem stopnia $2n$, a nie n . Wtedy $f(x+h)$ byłby wielomianem stopnia $2n$, a nie n .

Wartość h wzięty, uważa się, że gdyby h był wielomianem stopnia n , to $f(x+h)$ byłby wielomianem stopnia $2n$, a nie n . Wtedy $f(x+h)$ byłby wielomianem stopnia $2n$, a nie n . Wtedy $f(x+h)$ byłby wielomianem stopnia $2n$, a nie n .

Od 0 do $-\infty$, a zatem w pełnej wariancji granicach $-\infty$ do $+\infty$, wartości tego dwumianu wypadają takie, bez porówny od 3, gdyż się porówny $x=0$, coraz większe i coraz mniejsze, pierwsze gdyż się porównywał do trzech do granicy $+\infty$, a drugie do granicy $-\infty$. Z powyższych i z poprzednich wartościach żadnego dopatrzeć nie można przesłucha, żadnej przemiany porówny, nawet od linii przerywanych nie przemianach, nie swano tylko funkcji ciągłej. Obojgu nie twierdzenie mówi o wielomian $f(x)$ jest funkcją ciągłą, i wtedy to dowodzi na pierwszy sposób nie równanie tak

Jeżeli równania widziemy że powiększy wpływ lub zmniejszy wpływ w równaniu $f(x) = c$ nieznanej, albo jak czyli nie jest ilość x w równaniu, zmniejszymy x o jakąś ilość h , $f(x)$ zmniejszimy o $h(f'_1(x) + h f'_2(x) + h^2 f'_3(x) + \dots)$. Przypuszciamy, że ilość h jest bardzo mała, albo jak najbardziej możemy, nie stosujemy nie mała, sągamy w nawiasie po drugiej stronie równania, t.j. sągamy $h f'_2(x)$, $h^2 f'_3(x)$, $h^3 f'_4(x)$ i t. d. być może nie stosujemy nie mała to tak że bardzo niebezpieczny jest zmniejszamy w poprzedzającym. Dla tej ich nadzwyczajnie ostrożnie, przyczynia się one do całkowitego nieznaczenia do powiększenia $f(x)$ i to tak że jest to bardzo mała ilość, możemy to opuścić, możemy, jakkolwiek nie stosujemy nie

87. Peril nam chodzi o otrzymanie pozwolenia Monzelly przeciwstawiłoby to
 przesąd przeciwstawiłoby przeciwnemu, tedy w wypadku powołania przeciwnego
 X pozostaje musi o to tylko, w potęgowności z powołania ilości, przeciwnego. A
 w takim razie otrzymanie to i pozwolenie, chociaż w pozwoleniu poprzedzającym
 X, pamięć w przedzie X na a b na X, flak otrzymanym, X, m. b. X.

in Moyn

$$f_4(h) = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} h^{n-4} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a_{n-1} h^{n-5} + \dots + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} a_4$$

$$f_n(h) = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)n} = 1 \text{ sub} = \text{an swietug 'dawnij' pri' swazi}$$

Jeżeli w tym celu, różnych podjęć, przeciwnego prądu, mającego przeciwny
ni o h, wiążę od przeciwieństwa równania $f(x) = 0$ tak, abyśmy mogli jako
dla każdego z nich, wyznaczyć, za pomocą nich, obliczyć, rozpatrenia. Zastanowi
w tym, jak, nadmienię, zaraz, bez trudności, widziemy, że współczynnik, możemy
wybrać, x^0 , która tu, jest na przeciwieństwie, bo, wiadomian, przeciwny, przez
równania $f(x+h) = 0$ jest, równie, równie, w tym, różnym, podjęciu, x ,
t.j. współczynnik, $f(h)$, jest, wiadomian, równania $f(x) = 0$, choć, w nim
położymy, h zamiast x .

3.1

 (x)

mine

May 22

$$f_3(x),$$

rodzicom wieloletnia
nie f(x) jak na
wiele nie posiada
podobnych sym
to bieżąca a nawet
go nie ma w ciągu
zapytania.

17.

—

11

Aug. 2. 1843

Palbe raerij wyotr
smilei piewiafthia

misw...

more
if you

losait,

którego pierwiastki byłyby, mniejsze o h niż danego, potrzebne są $f(h), f'(h), f''(h)$ i t.d. potrzebne są h ; dla otrzymania zaś równania którego pierwiastki byłyby większe o h , potrzebne - h .
 Dla objaśnienia tego pewnym byłoby jeden przykład
 Mnie będzie łatwiej próbować

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 39x^2 - 62x + 50 = 0$$

Równanie którego pierwiastki są o 2 mniejsze będzie

$$f(x+2) = f(2) + f'(2)x + \frac{f''(2)}{2}x^2 + \frac{f'''(2)}{6}x^3 + \frac{f^{(4)}(2)}{24}x^4$$

gdzie $f(2) = 2^4 - 8 \cdot 2^3 + 39 \cdot 2^2 - 62 \cdot 2 + 50 = +34$
 $f'(2) = 4 \cdot 2^3 - 24 \cdot 2^2 + 78 \cdot 2 - 62 = +30$
 $f''(2) = 6 \cdot 2^2 - 24 \cdot 2 + 39 = +15$
 $f'''(2) = 62 - 8 = 0$
 $f^{(4)}(2) = 1$

Równanie więc którego pierwiastki są o 2 mniejsze będzie

$$f(x+2) = x^4 + 15x^2 + 30x + 34 = 0$$

Równanie zaś którego pierwiastki byłyby większe o 2 od pierwiastków danego równania będzie otrzymać wypadek

$$f(x-2) = x^4 - 16x^3 + 111x^2 - 346x + 410 = 0$$

Jeśli więc chcemy otrzymać współrzędne kluczy w $f(x), f'(x), f''(x)$ i t.d. 2. d. 2. x , jest jasne.

§ 8. Wspomniatem już iż podam praktyczny sposób ułatwiający obliczanie współrzędnych równania przerobionego, który się stosuje w każdym przypadku gdy chcemy znaleźć wypadek z podziałem na x w równaniu $f(x) = 0$ jeżeliśkolwiek będzie. Ten sposób wypadek wyprowadzamy z napisania równania $f(x) = 0$ następuję: weźmy h , ac przynajmniej, powińmy równanie $f(x) = x^4 - 8x^3 + 39x^2 - 62x + 50$, które napiszemy

$$f(x) = \{(1 \cdot x - 8)x + 39\}x - 62\}x + 50$$

Chcąc się potoczyć za x liczbę 2 i znaleźć wypadek z tego podziału, w drugim etapie czy rachunek a to będzie radnego podnośnika do potęg. Następnie bowiem współrzędnych najwyżej potęgi który to jest 1 mnożymy przez x , a w tym razie przez 2, jeżeli otrzymamy 2, to dodajemy do następnego współrzędnika - 8, jeżeli wypadnie - 6 i znowu się mnożymy przez x czyli przez 2, z czego wypadnie - 12, ten wypadek dodajemy do następnego współrzędnika + 39, jeżeli wypadnie + 27, znowu się mnożymy przez 2 i dodajemy do współrzędnika następnego - 62, jeżeli otrzymamy 2 \cdot 27 - 62 = -10. Ten wypadek mnożymy przez 2 i dodajemy do współrzędnika następnego, jeżeli wypadnie - 2 \cdot 10 + 50 = 30 a to jest wypadkiem z podziału na x . Daleko się to ułatwia wykonanie w szeregu rachunków następuję

$$2) \begin{array}{r} 1 \cdot 2 = +2 \quad 2 \cdot -6 = -12 \quad 2 \cdot 27 = +54 \quad 2 \cdot -10 = -20 \\ \hline \quad \quad \quad -6 \quad \quad +27 \quad \quad -8 \quad \quad +34 \end{array}$$

Rozumie się że idąc dalej w drugiej linii jeżeli się i dodawanie lub odejmowanie uściłowimy się w następnej linii tak że napiszemy znowu nam współrzędne danego równania, pisząc się tylko linijki ostatniej linii i cały rachunek następuję wygląda

$$2) \begin{array}{r} 1 \quad -8 \quad +39 \quad -62 \quad +50 \\ \hline \quad 1 \quad -6 \quad +27 \quad -8 \quad +34 \end{array}$$

Wskazywać na $x-2$ tak było byleż wiadomo że w poprzednim mniemy się będzie przez -2. Zatem, chcąc mieć wypadek gdy się potoczy $x = -2$, rachunek będzie

$$\begin{array}{r} 1 \quad -8 \quad +39 \quad -62 \quad +50 \\ -2) \quad 1 \quad -10 \quad +59 \quad -180 \quad +410 \end{array}$$

To postępowanie rozumienia wpy, rozumie się łatwo rachowanie współrzędnych $f(x+h)$ bo jest zupełnie to samo wyjść wpy

F. Ciekawe obliczenia i uwagi, są nawiasy, gdy w powyższym napisaniu równania potrzebny jest wypadek 2 zamiast 8; wygoda owo bowiem następuje $f(2) = \{(1 \cdot 2 - 8)2 + 39\}2 - 62\}2 + 50$

(mniej więcej pierwiastki)

$x^3 + x^2 - 11x - 24 = 0$ mamy 0 4, mamy

$$\begin{array}{r} 1 \quad +1 \quad -11 \quad -24 \\ 4) 1 \quad +5 \quad +6 \quad 0 \\ 1 \quad +9 \quad +42 \\ 1 \quad +13 \end{array}$$

Próbne równanie jest $x^3 + 13x^2 + 42x + 0 = x^3 + 13x^2 + 42x = x^2 + 13x + 42 = 0$
Ponieważ to ostatnie wyrażenie nie jest zerem, więc liczba 4 jest pierwiastkiem
danego równania, co doprowadziło do poprawnego równania. Ponieważ
próbowanie przez x doprowadziło do równania drugiego stopnia, więc
dwa inne pierwiastki równania danego, albo żadnego, mają być 0 11. Wzrost
większy, to równanie, więc widzieliśmy sposób, najłatwiejszy do
jego rozwiązania - $6 \cdot 1 = 6$. Aż do 12, z nich jest mniejszy o 4 niż on,
powiadają pierwiastki równania danego, więc dwa inne pierwiastki
danego równania są $-6 + 11 = -5$ i $-2 + 11 = -9$. (Z których są dwa
widzimy pierwiastkami równania $x^3 + x^2 - 11x - 24 = 0$ przekształcamy je
przedstawiając je jako x

$$\begin{array}{r} -2) 1 \quad +1 \quad -11 \quad -24 \\ 1 \quad -1 \quad -12 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} -3) 1 \quad +1 \quad -11 \quad -24 \\ 1 \quad -2 \quad -8 \quad 0 \end{array}$$

Ponieważ z obu przekształceń otrzymujemy wyrażenie zerem, zatem prawdziwe
jest że -2 i -3 są pierwiastkami danego równania. Gdy wiemy
można, że do obu przekształceń otrzymujemy same pierwiastki równania.

Tak zatem równanie $x^3 + x^2 - 11x - 24 = 0$ ma trzy pierwiastki,

$x_1 = -2$, $x_2 = -3$, $x_3 = 4$. Oznaczenia pierwiastków tego równania są $x+2$, $x+3$ i $x-4$ tak że $x^3 + x^2 - 11x - 24 = (x+2)(x+3)(x-4)$. Zatem

nie ma żadnych innych wartości których potężone są x dany wyraz

padł, zero, to już wiemy, że dane równanie jest trzeciego stopnia

ma tylko trzy pierwiastki ani może mieć ich więcej.

Wobec wartości pierwiastka danego równania możemy (choćby

pierwiastki były o pięć albo sześć mniejsze lub większe od pierwiastka poda-

nego równania, zatrzymamy się jeszcze nieco nad tym pierwiastkiem

podajemy jeszcze przykład.

Dane równanie $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = 0$ przekształcamy na inne łatwiejsze

pierwiastki byłyby mniejsze o 5 od pierwiastka danego. Spróbujmy

przymilić będzie

$$\begin{array}{r} 5) 1 \quad 0 \quad -15 \quad +10 \quad +24 \\ 1 \quad +5 \quad +10 \quad +60 \quad +324 \\ 1 \quad +10 \quad +60 \quad +360 \\ 1 \quad +15 \quad +135 \\ 1 \quad +20 \end{array}$$

Wzrostne próbne równanie jest $x^4 + 20x^3 + 135x^2 + 360x + 324 = 0$

Danego równania, orderma pierwiastkami są liczby $-1, -4, +2, +3$

pierwiastki, zatem ostatniego będzie $-1 - 5 = -6$, $-4 - 5 = -9$, $+2 - 5 = -3$, $+3 - 5 = -2$

o czym już widzieliśmy przekształcamy je, lub pierwsze w danym, jako 1 i

i drugie liczby w otrzymanym równaniu.

Także równanie któreby pierwiastki były, mniejsze niż pierwiastki

równania $500x^5 - 4885x^3 + 402x^2 + 2135x + 372 = 0$

$$\begin{array}{r} 2) 500 \quad 0 \quad -4885 \quad +402 \quad +2135 \quad +372 \\ 500 \quad +1000 \quad -2885 \quad -5368 \quad -8601 \quad -16830 \\ 500 \quad +2000 \quad +1115 \quad -3138 \quad -14877 \\ 500 \quad +3000 \quad +7115 \quad +11092 \\ 500 \quad +4000 \quad +15115 \\ 500 \quad +5000 \end{array}$$

$$500x^5 + 5000x^4 + 15115x^3 + 11092x^2 - 14877x - 16830 = 0$$

równanie próbne.

Występujący chcieli mieć równanie którego pierwiastki mniejsze są o 0'5 niż
pierwiastki równania $x^3 - 7x + 7 = 0$, postępujemy następująco

05	1	0	-7	+7
		0'5	+6'25	+3'375
1		0'5	+6'25	+3'375
1		1'0	+6'25	
1		1'5		

szukane zatem równanie jest $x^3 + 1'5x^2 - 6'25x + 3'625 = 0$

Szukajmy jeszcze równania którego pierwiastki są mniejsze o 1'692
niż pierwiastki tegoż samego w. w. równania. Także bierzemy drugie
postępujemy podobnie

1'692	1	0	-7'692	+7'692
		1'692	+1'0152	+4'137136
1		1'692	1'5228	2'4822816
1		3'384	3384	3'7234224
1		5'076	-4'137136	5'274272
1		6'768	+3'384	-0'000034112
1		8'460	2'0304	
1		10'152	30456	
1		11'844	6768	
1		13'536	+1'588592	

szukane jest równanie $x^3 + 5'076x^2 + 1'588592x - 0'000034112 = 0$
Szukamy pierwiastka takiegoż się wykonała zmniejszając najpierw pierwiastki
o 0, potem pierwiastki wypadkowego równania o 0'6, następnie pierwiastki
tego drugiego wypadkowego równania o 0'09 a następnie pierwiastki ostat-
niego równania o 0'002. Rachunki ten chociażby się odawaliśmy
zatem już nie powtarzamy, wpiełając tak więc się do nich ustrze-
żymy i opowiadamy, postępujmy nam w dalszym ciągu jako sposobem
zienia pierwiastków równania danego, czyli do jego rozwiązywania.
Zobaczmy ten rachunek. Zmniejszając pierwiastki równania o 1'692
bierzemy

1	0	-7	+7
1	+1	-7	+1
1	+2	-11	
1	+3		

a wypadkowe równanie $x^3 + 3x^2 - 4x + 1 = 0$

Tegoż równania zmniejszając pierwiastki o 0'6, bierzemy

0'6	1	+3	-4	+1
		0'6	+2'16	+1'104
1		0'6	+2'16	+1'104
1		1'2	+2'52	
1		1'8	+0'68	
1		2'4		
1		3'0		
1		3'6		

więc równanie którego pierwiastki są mniejsze o 0'6 niż poprzednie,
czyli, a o 1'692 mniejsze niż równania danego, jest

$$x^3 + 4'8x^2 + 0'68x - 0'104 = 0$$

Tegoż równania zmniejszając pierwiastki o 0'09 bierzemy

0'09	1	+4'8	+0'68	-0'104
		0'09	+0'4401	+0'100809
1		0'09	+1'1201	-0'003191
1		0'18	4482	
1		0'27	+1'5683	
1		0'36		
1		0'45		
1		0'54		

zatem równanie którego pierwiastki mniejsze są od poprzednich o 0'09
a mniejsze o 1'692 od pierwiastków równania danego, jest

$$x^3 + 5'076x^2 + 1'5683x - 0'003191 = 0$$

Następnie zmniejszając pierwiastki tegoż ostatniego równania o 0'002,

0'002	1	+5'076	+1'5683	-0'003191
		0'002	+1'0144	+0'003156888
1		0'002	+1'578444	-0'000034112
1		0'004	1'0148	
1		0'006	+1'588592	
1		0'008		
1		0'010		
1		0'012		

Opis trójkątów równoramiennych. Wzrost, pierwiastki, wzrosty i pierwiastki trójkątów. $x^3 - 2x + 1 = 0$, jest

$$x^3 + 5076x^2 + 1388592x - 6000034112 = 0$$

Характеръ добръ fame, ябъ пичъ въ рымъ зрѣло вѣст.

[illegible]

1	0	+	2	+	76
	+1		<u>+4</u>		<u>+7</u>
	2		<u>-6</u>		<u>-1104</u>
	36		<u>+2</u>		<u>-0104</u>
	42		<u>-4</u>		<u>1010009</u>
	4'89		<u>+216</u>		<u>-0003191</u>
	4'95		<u>-184</u>		<u>+ 3156888</u>
	5'072		<u>+252</u>		<u>-0000034112</u>
	5'074		<u>+068</u>		
	5'076		<u>4401</u>		
			<u>+11201</u>		
			<u>4482</u>		
			<u>+15683</u>		
			<u>10144</u>		
			<u>+1575444</u>		
			<u>10148</u>		
			<u>+1688592</u>		

17888892
Oftatone wyprawy kardej Kolumby sz. księstwa i urodziny fruktu
rozważania

Linniej popy piswiątki danego równania o 1'692, strymy
 liny ofstali wyraz równania -0'000034112 t.j. nie widać ro-
 znicy od zera; któryżżas, jak to widzieliśmy, liuba o 1'692 z m. niej popy
 piswiątki wyraz ten ofstali wyraz z równym zero, jest piswiątki
 równania którego piswiątki ten niej popy, w niej popy zale-
 że liuba 1'692, nie widać iż takie różni od prawdziwego piswiątki

[illegible]

SIC. WSA dowiodło się, że wielomian trójkrotny jest bar. czyli, posiada on pier-
 czynnik pierwiastkowy. Ponieważ pier. trójkrotny dzielnie wielomian znika
 się o jeden stopień i dojdziemy sposobem z tabeli różnic trójkrotności
 postąpić znów, tak jak z pierwiastkiem dla analizowania drugiego pier-
 wika, dlatego trójkrotność w praktyce bywa używanym. Stwierdza-
 dam, że to dzielenie wykonać można bez żadnego podstawienia jak
 w § 8 poznaliśmy. Zobaczmy czyli to prawda. WSA znalazł się
 że 4 jest pierwiastkiem trójkrotności $x^3 + x^2 - 14x - 24 = 0$ prze-
 prowadzając dzielenie będzie - $\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 14x - 24 \\ - (x^3 + 4x^2) \hline - 3x^2 - 14x - 24 \end{array}$

Sposób przekształcenia

1	0	+1	-14	-24
4)	1	+5	+6	0

Libby 1, 5, 6 są wypożyczeniami i to sam o jeden stopień niż
bedzie on wiec $x^2 + 5x + 6$ jak wyżej

\dagger ~~W~~ P ^{o którym tu leci obecnie mówić, śmy?}
 $f(x) = 0$ wyrazu drugiego, t.j. wyrazu najmniejszego potęgi, musi być ilosci
 o 1 mniejsze niż potęga największej; co oznacza, że wyraz ten jest
 nieporównywalnie z potęgą. Aby ten wyraz, zniknął, drugi jest
 aby jego współczynnik stał się $= 0$. Ale ten współczynnik, jak wyżej
 wyliczyliśmy jest

$$f_{n-1}(h) = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(3,2,1)}{1,2,3\dots(n-2)(n-1)} \cdot 3,2,1 \cdot h^{n-1} + \frac{(n-1)(n-2)\dots(3,2,1)}{1,2,\dots(n-2)(n-1)} \cdot a_{n-1} = nh + a_{n-1}$$

Potężmy ten współczynnik $= 0$, a będzie $nh + a_{n-1} = 0$ gdzie $h = -\frac{a_{n-1}}{n}$
 Jeżeli byś zaś w równaniu $f(x) = 0$, największą potęgę x^n miało współ-
 czynnik jako a_n , wtedy pierwszy współczynnik, będzie $na_n + a_{n-1}$
 gdzie $h = -\frac{a_{n-1}}{na_n}$. Ponieważ tu ujęte dwiema $a_n = 1$, zatem byłoby
 pierwsze, wartość $h = -\frac{a_{n-1}}{n}$ otrzymamy. Nie wątpię, że niedługo
 wyobrażam sobie, że równanie $x' = x + h$ albo $x' = x - h$ gdzie
 $x = x' - h$ albo też $x = x' + h$. Potężmy tu wyrażenie, wartość
 na h pod warunkiem, żeby drugi wyraz zniknął, będzie
 $x = x' + \frac{a_{n-1}}{n}$ tudzież $x = x' - \frac{a_{n-1}}{n}$. Aby przekształcić ogólnie na
 powyższe, tego Szymonowi uważało h jako dodatnie, więc też do niego,
 przez przesunięcie jego celu, staję byłoby równanie $x = x' - \frac{a_{n-1}}{n}$ z którego
 więc wyprowadzisz, że aby z równania $f(x) = 0$ wypruścić wyraz
 drugi, trzeba do mianownika tego nowego równania dodać $\frac{1}{n}$ przez co
 wyrażenie licznika ilorazu wypadnie, a podobnie współczynnik
 drugiego wyrazu drugiego potęgi, czyli najmniejszej, t.j. pierwszy
 iloraz ilorazu, nie zmieniaj w pierwszym wyrażeniu, to zaś wychodzi na
 to samo co przedtem, a więc, pierwszy iloraz, mianownik nie

pierwiastki równania $f(x)=0$ o wspomniany iloraz.
 Wyznaczamy $f(x)$ ~~Stwierdzamy~~ $x^4 - 8x^3 + 39x^2 - 62x + 50 = 0$ chcąc się przekonać,
 aby wyraz $-8x^3$, wchodzący do dzielnika wyłożonego prawidła, potęgę,
 bez potęgi $x = x - (-\frac{8}{4}) = x + 2$, a zmniejszając pierwiastki pierw-
 stopię równania o 2, analogiczny rachunek i w następnych.
 drugiego wyrazu $= 0$ a wypróbowujemy równanie bez drugiego wy-
 razu $x^4 + 15x^2 + 30x + 34 = 0$

Mniejszą część równania $x^5 + 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 8x + 16 = 0$
 chcąc się przekonać, aby wyraz $4x^4$, ponieważ iloraz z poprzedniego
 znakiem wypadł $-\frac{4}{5} = -0.8$, więc wzięliśmy ze znakiem
 przeciwnym to równanie na inną potęgę, by pierwiastki były większe,
 jemi o 0.8 niż pierwiastki danego, zatem

-0.8	$\frac{1}{-}$	$+4$	$+2$	-11	$+8$	$+16$
-0.8	$\frac{1}{-}$	-0.8	-2.56	$+0.448$	$+2.8416$	$= 5.67328$
		$+3.2$	-0.56	-3.552	$+10.8416$	$+7.32672$
		-0.8	-1.92	$+1.984$	$+12.544$	
		$+2.4$	-2.48	-1.568	$+120.960$	
		-0.8	-1.28	$+3.008$		
		$+1.6$	-3.76	$+1.440$		
		-0.8	-0.64			
		$+0.8$	-4.40			
		-0.8				
		0				

Zaplanowane równanie bez drugiego wyrazu będzie

$$x^5 - 4.4x^4 + 1.44x^3 + 12.096x^2 + 7.32672x = 0$$

Więcej przykładów i przykładów nie widać, ponieważ,

512

$$\begin{array}{r} +6 \overline{) 1} \\ -25 \overline{) 1} \\ \hline -2 \quad +2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -8 \quad +39 \\ 6 \cdot 2 = 12 \\ -25 \cdot 1 = -25 \\ \hline -2 \quad +2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -62 \quad +50 \\ 6 \cdot 2 = 12 \\ -25 \cdot 2 = -50 \\ \hline 0 \end{array}$$
$$f(x) = x^6 + 18x^5 - 5x^4 - 1140x^3 - 2201x^2 + 11202x + 12285 = 0$$
$$\begin{array}{r}
 -2 \overline{) 1} \quad \cancel{-2} +18 \quad -5 \quad -1140 \quad -2201 \quad +11202 \quad +12285 \\
 +15 \overline{) 1} \quad -2 \quad -216 = -32 \quad -272 +44 \quad +1712 \quad +1038 \quad -200 \\
 \hline
 1 \quad +16 \quad 15.1 = +1.5 \quad 15.16 = +240 \quad -330 \quad -12840 \quad 15.519 = -12285 \\
 \hline
 \quad \quad \quad -22 \quad -856 \quad -819 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$
$$x^4 + 16x^3 - 22x^2 - 856x - 819 = 0$$
$$\begin{array}{l} -2 \mid 1 \quad -2 \cdot 1 = -2, \quad -2 \cdot 16 = -32, \quad -2 \cdot 22 = +44, \quad -2 \cdot 856 = +1712 \text{ in } \\ +15 \mid \quad \quad \quad 15 \cdot 1 = 15, \quad 15 \cdot 16 = 240, \quad 15 \cdot 22 = -330, \quad 15 \cdot 856 = -12840 \end{array}$$
[illegible]

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$$

Oznaczmy wyjścia milo pierwiastków funkcji zrownania przez y ,
wtedy warunek maby' $y = mx$, gdzie $x = \frac{y}{m}$. Po to wywpj, y ,
wartosci w $f(x)$ na x , majebiemy

$$f(y) = \frac{y^n}{m^n} + a_{n-1} \frac{y^{n-1}}{m^{n-1}} + a_{n-2} \frac{y^{n-2}}{m^{n-2}} + \dots + a_3 \frac{y^3}{m^3} + a_2 \frac{y^2}{m^2} + a_1 \frac{y}{m} + a_0$$

$f(y) = y^n \cdot m a_{n-1} y^{n-1} + m^2 a_{n-2} y^2 + m^3 a_{n-3} y^3 + \dots + m^{n-3} a_3 y + m^{n-2} a_2 y^2 + m^{n-1} a_1 y + m^n a_0$
 a szukamy zatem brzońnanie przez m^n otrzymamy
 $f(y) = y^n \cdot m a_{n-1} y^{n-1} + m^2 a_{n-2} y^2 + m^3 a_{n-3} y^3 + \dots + m^{n-3} a_3 y + m^{n-2} a_2 y^2 + m^{n-1} a_1 y + m^n a_0$
 Kłóćcie brzońnanie jest pętlaci danych, że nic nie wyraży jako taki
 jak po sobie nie słyszę, że mniemane przez odpowiednie do praw
 go $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$ $m, m^2, m^3, m^4, \dots, m^{n-2}, m^{n-1}, m^n$ $f(y)$
 w brzońnanie $f(x) = 0$ brzońnanie kłóćcie wyraży, o puszcie $f(x)$ $f(x)$
 dany odpowiedzimy wyraz o odpowiedzimy pętlaci. Zalić, m bierze
 się zawsze najmniejszy dla wyraży wyraży wyraży mianownik

§12. Jak stwierdzenie, jako koniunktę z generowaniem równania $f(x)=0$ w §6.
wyprowadzone i dowiedzione, tak nie mniej w rozwiazywaniu równań
ważnem jest rozstrzygnięcie: jeżeli w wielomianie $f(x)$ zamiast
x podstawimy dwie wartości a i b jedna po drugiej, a wypadki tych pod-
stawień otrzymamy a i b przeciwnie. Gdy pomiędzy a i b znaj-
duje się koniunktę przynajmniej jeden pierwiastek tego równania.
Lubo oba podstawienia mogą być jedni dodatni, mianowicie oba dodatni
lub ujemne, albo jedno dodatnie drugie ujemne, twierdzić być może
a) b) lub b) a) ~~zgodnie~~ ^{zgodnie} to zupełnie nie zmienia dotychczas,
przyjmijmy np. a) b), abyśmy mieli przed sobą coś wyrażonego,
nie oba te podstawienia są dodatnie, jak również b) a). Widać
nie przyrączy równania $f(x)=0$ mogą być przez te dodatnie a) przez
są ujemne, oznaczmy w tym razie sumę dwóch tych przez A, je-
żeli ujemnych przez B, twierdzić wypadki z podstawienia a) i b)
oznaczyć, jak wyrażają przez $f(a)$ i wypadki z drugiego podsta-
wienia przez $f(b)$, nakoniec przypuścimy, że pierwszy wypadki jest
dodatni i w drugim ujemnym, tedy ~~pozostaje~~

$$\begin{aligned} f(x) &= A - B \\ f(a) &= A - B = + \text{ zatem } A > B \\ f(b) &= A - B = - \quad \text{ " } \quad B > A \end{aligned}$$

Ponieważ tak A jako i B zamkają w sobie x, tedy skoro wartości x rośnie
od a do b, bośmy przyjęli b) a), rośnie i A jako i B. Licz
jeżeli ujemne widzimy B przed rośnięciem A, bo dla $x=a$ było
 $A > B$, gdy dla wartości $x=b$ jest $A < B$; w pierwszym przypadku razie
A przewyższa B a w drugim B przewyższa A. Ponieważ między a i b
znajduje się niekonieczna liczba pośrednich ~~wartości~~ wartości, więc
miedzy temi wartościami koniunktę znajdzie się musi przynajmniej
jedna taka że różnica x tak w A jako i B, równa miedzy sobą
dwa wielomiany. Mianowicie tak, poprzedni, wartości będzie x , tedy
będzie $f(x) = A - B = 0$

Aby wartości x przynosiły wielomian równanie do zero; kiedyż zaś
takie wartości narwalimy pierwiastkiem, a zatem x przypadające
miedzy a i b tak że $a < x < b$ jest pierwiastkiem równania $f(x)=0$
Wobec tego jeżeli koniunktę jest wyrażone; ponieważ jedna
ilość rośnie lub maleje nie przechodzi z jednego do drugiego stanu,
t.j. z dodatniego do ujemnego, ani z ujemnego do dodatniego nie prze-
chodzi przez zero, zatem $f(x)$ przechodzi ze stanu dodatniego dla $x=a$
do ujemnego dla $x=b$, musi, w przechodzie x od a do b, nie potknie
takie na zero, a wartości x dla których to sprawdził się jest
własnie ~~konieczna~~ pierwiastkiem równania $f(x)=0$

Wzaimny atoli nie jest stwierdzenie powiadało przynajmniej jedno,
bo wiemy, że może być w takim razie i więcej, mianowicie 3, 5, 7 i t.d.
różnych stopni równania, t.j. kiedyś nie parzysta liczba pierwiastków.
Abyśmy to jasno ujrzeli, z pomiędzy liczb prostych, czyli miedzy
dwie a i b, oznaczmy niektóre przez $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots$ które są
równa na x w wielomianie $f(x)$, gdzie dają wypadki dodatnie
inne ujemne a jeszcze inne dają, w wypadku równo zero, co
kiedyś, tak to pomyśleć może, ponieważ nie $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ może być,
winną być wartości, tedy otrzymać możemy następujące wypadki:

$\alpha = 0$ 72. Kalkulation $f(v) = -$

2) jeżeli będziemy mieć dla $x=0$ i $x=-(a_m+1)$ mamy wyznaczeni $+a_0$ i $-l$,
czyli znamy funkcję; zaś dla $x=0$ i $x=+(a_m+1)$ wyznaczeni $-a_0$ i $+l$,
czyli znamy także i znaną funkcję. Wobec tego w tym ciągu są
miedzy 0 i $-(a_m+1)$ znajduje się przynajmniej jeden pierwiastek, jak
wobec i w drugim razie miedzy 0 i $+(a_m+1)$ także przynajmniej jeden pier-
wiastek. Pierwszy naturalnie jest ujemny a drugi słownie dodatni. Ale ponieważ
odpowiadając równaniu długości ostrogi wynosi $+a_0$, drugi zaś również

w których $f(x)$ jest $-a_0$, zatem prawdziwe jest w dwóch rzeczach.
Co do drugiego górnego twierdzenia $f(x)$ jest $-a_0$.
Potem wpy su raz $x = -(am+1)$, a drugi raz $x = +(am+1)$, ponieważ sta-
mien $f(x)$ jest parzystym, w obu przypadkach wypadki będą dodatni-
bo x^n lub dla pierwszego i drugiego warunku będzie dodatnie, a stały

$$\begin{aligned} \text{dla } x = -(am+1) & \dots f(x) = + \\ x = 0 & \dots f(x) = -a_0 \\ x = +(am+1) & \dots f(x) = + \end{aligned}$$

a więc widzimy że między 0 i $-(am+1)$ jest przynajmniej jeden pier-
wiastek a ten naturalnie odjamy; tudzież między 0 i $+(am+1)$, także
przynajmniej jeden pierwiastek a ten odwołamy. Jest więc to prawdziwe
jak twierdziliśmy.

§14. Długość czasu przesłania, gdy nam porychodzą rozwiązać jakiś równanie
równowagi. Istnieje parzyste, którego $f(x)$ jest dodatnie
nowo przynajmniej jeden pierwiastek jest $p+qV-1$ czyli pierwiastek. a to
jony; słowem a toli kuba tawny jest przynajmniej odcinek $p+qV-1$ przynajmniej
odpisywać cię kawałki do odcinka, a następnie. Schiebuchi des höherer Ma-
thematik von Burg. Wien 1832. Wtedy to twierdzenie autorem olemien
tarnie słowem. Tak, $f(x)$ jest parzyste a dowodem tego są porychodzą
jako wniosk, że tak samo równanie $f(x)$ jest $p+qV-1$
ma też i drugi $p-qV-1$, bo pierwiastki są jony są porychodzą
jaki jest, to jest w §10 w poprzednio. A toż to powodem dla pierwiastki
uogólnie, będy to porychodzą jak powypisz $p+qV-1$ i $p-qV-1$, będy też pory-
slau $+qV-1$ i $-qV-1$, w porychodzą gdy $p=0$, narychodzą też i pory-
rtacionem albo do siebie narychodzą. Takie li równanie nie może
mici narychodzą, ale zawsze parzyste li pierwiastki uogólnie
jirili w ogo' lnowi kawałki ma i porychodzą. Także tam a toli, że pod powypisz porychodzą, może być i
§15. Jirili §5 widzieliśmy, że skoro równanie $f(x)=0$ ma porychodzą pierwiastki, narychodzą
li dodatnie, w wielomianie jirili, w którym zadanie wyrazu nie brakuje, porychodzą
analizy rarychodzą i da na porychodzą $+ - + - +$ i będy. Tak porychodzą
zadanie narychodzą zarychodzą porychodzą. Jirili a toli narychodzą,
nie $f(x)=0$ ma porychodzą pierwiastki odjamy, narychodzą a toli rarychodzą
li wyrazów jirili widzieliśmy, że dodatnie. W porychodzą i będy narychodzą
porychodzą porychodzą $++$ albo $--$, narychodzą to narychodzą rarychodzą,
jirili a toli dwa porychodzą porychodzą porychodzą porychodzą porychodzą porychodzą
pub $- +$, narychodzą, porychodzą, porychodzą rarychodzą. Ponieważ widzieliśmy
równania stopnia n , jirili w nim zadanie wyrazu nie brakuje, ma worychodzą
rorychodzą $n+1$, wisi porychodzą w tym wielomianie narychodzą to karychodzą
slau jirili i porychodzą rarychodzą, suma porychodzą i będy narychodzą
wisi porychodzą a toli narychodzą od n . Z porychodzą porychodzą § widzieliśmy,
będy narychodzą i będy jirili w wielomianie równania $f(x)$ same porychodzą
rarychodzą, to porychodzą narychodzą porychodzą dodatnie, jirili a toli rarychodzą
rorychodzą wielomianie $f(x)$ same rarychodzą dodatnie, że to porychodzą narychodzą
porychodzą porychodzą odjamy. Tak a toli nie jest w każdym porychodzą,
ku, gdy porychodzą a toli porychodzą może będy narychodzą oboli narychodzą i
porychodzą uogólnie, a narychodzą same uogólnie gdy w porychodzą rarychodzą do
dodatnie a toli porychodzą jest parzystym. Porychodzą na toż jest narychodzą
porychodzą widzieliśmy, że uogólnie porychodzą, zawsze do porychodzą, a toli
w porychodzą jirili porychodzą porychodzą $p+qV-1$ i $p-qV-1$, czyli pierwiastki
we rarychodzą wielomian $f(x)$ jak widzieliśmy, porychodzą, będy $x-p-qV-1$ i $x-p+qV-1$
albo narychodzą porychodzą porychodzą $(x-p)^2+q$. A to suma dwóch kwadratów
to narychodzą narychodzą będy odjamy, ale zawsze dodatnie i ponieważ karychodzą
para pierwiastki uogólnie a toli a toli porychodzą pierwiastki uogólnie dodatnie,

Przyjmijmy $x = p + qV$
Wtedy $f(x) = p^2 + 2pqV + q^2V^2$
Ale $V^2 = -1$ więc $f(x) = p^2 - q^2 + 2pqV$
Jeżeli $p = q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$
Jeżeli $p = 0, q = 0$ to $f(x) = 0$
Jeżeli $p \neq 0, q = 0$ to $f(x) = p^2 - q^2$
Jeżeli $p = 0, q \neq 0$ to $f(x) = 2pqV$
Jeżeli $p \neq 0, q \neq 0$ to $f(x) \neq 0$

$$\begin{aligned} (x-a)^p(x) &= x^{n+1} + \dots - a_p x^{p+1} + \dots + a_0 x^{n+1} - \dots - a_1 x^{n+1} + \dots + a_0 x^{n+1} \\ &= x^{n+1} + \dots - a_p x^{p+1} + \dots + a_0 x^{n+1} - \dots - a_1 x^{n+1} + \dots + a_0 x^{n+1} \\ &= x^{n+1} + \dots - a_p x^{p+1} + \dots + a_0 x^{n+1} - \dots - a_1 x^{n+1} + \dots + a_0 x^{n+1} \end{aligned}$$

Rozmnożymy to równanie przez $x - \alpha$ t.j. przez czynnik pierwszy
 w polinomie x dodałmy pierwszy α i porównajmy współczynniki
 obu stron i otrzymamy dla p i q $p - \alpha$, według potęg x będąc

$$f(x)(x - \alpha) = x^{n+1} + \dots - a_p x^{p+1} - \dots + a_q x^{q+1} + \dots - a_r x^{r+1} \dots \pm a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$- \dots - a_{p-1} x^{p-1} + \dots + a_{q-1} x^{q-1} - \dots - a_{r-1} x^{r-1} + \dots \pm a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$x^{n+1} \dots - a_p x^{p+1} \dots + a_q x^{q+1} \dots - a_r x^{r+1} \dots \pm a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Przechodzący równanie $f(x)=0$, według § 5, na inne, które go by przewodziłki by
z precyzyjnymi analami pierwiastków jego, oznaczmy jego pierwiastki przez $\psi(x)$
§ 5
Wtedy, poprzedzając, równanie $\psi(x)=0$ na byli pierwiastków określonych, ile
równanie $f(x)=0$, odjemnych; równanie zaś pierwiastki ma pierwiastki
kół i. ma pierwiastków określonych, oraz tyle ile równanie $\psi(x)=0$ ma odjem-
nych pierwiastków. Ale bardzo łatwo jest dostrzec, że przechodząc do równania
 $f(x)=0$ do $\psi(x)=0$, każde następstwo pierwiastków, wodzi pierwiastki, które
kół w drugim, a każde pierwiastki, następstwo; które nie pierwiastki, które
w drugim, odpowiadają którym następstwo pierwiastków, równanie tak jak
decyduje pierwiastki drugiego, że odjemnymi pierwiastkami równania; które
które odpowiadają którym następstwo pierwiastków. Ale suma pierwiastków następ-
stwo są one równa najwięcej pierwiastków równania i jeżeli który
jednego myślenie nie błądzi, więc prawda, jest jak na początku. Jego § 4. 2

16. Alali, słuszenie w tedy tyłko jest prawdziwym, gdy $\text{prownanie } f(x) = 0$ ma
fame, pierwiastki, rzeczywiste, bo w przeciwnym razie wiódłoby się, że pierwiastki
pierwiastki nie mają wpływu na zmianę wartości wielomianu $f(x)$. Z tego
powodów $\text{prownanie } f(x)$ w dziedzinie wyrażono się $\text{prownanie } f(x) = 0$ nie może
mieć więcej pierwiastków i t. d. a nie powiedziano, ani mniej; bo mierzysia
gdy kor prownanie ma pierwiastki urojone; natomiast może mieć mniej
tych, dodałbyś tych, cięższych, cięższych, tak pierwiastki, jak, drugich.
§17. Wtedy najważniejszą rolę a konieczną rolę przy rozwiązywaniu równań trój-
dreniastych, robimy, że jak już to sobie musimy powiedzieć, może mieć
tych prownanie do rozwiązania, oraz jak namie odpowimy?

$$f(x) = 12x^6 + 7x^5 - 116x^4 + 6x^3 + 258x^2 - 81x - 54 = 0$$

uwaga: napisać je jako równanie pierwszego stopnia z odjemnym współczynnikiem, w dodatku § 13 mamy, że w niej dwa różne pierwiastki jeden dodatni drugi odjemny. Czyli ma pierwiastki ujemne, nie wiadomo nie wiadomo. Myśląc, że pierwiastki tego równania są wprost racjonalne, myślałem, że trzy dodatnie a trzy odjemne według § 16, ma być trzy przeciętne i trzy następstwa. Czyli pierwiastki są całkowite. Według § 19, mamy $f(0) = -54$ i $f(1) = +32$ oba pierwiastki, a zatem ma pierwiastki całkowite tak jak się jako i nie pomyślałem. Dalej, ponieważ współczynniki najprościej podzielić nie jest 1, więc pomyślałem $f(x)$ nie może powstać z sumy dwóch wielomianów postaci $ax \pm b$, ale musi być między innymi składki tylko jeden postać $ax \pm b$, a to nam wskazywało, że to równanie ma kilka pierwiastków całkowitych. Próbując więc najprościej pierwiastków całkowitych. Doładowałem dzielnicami ostatniego wyrazu t.j. 54, są to 2, 3, 6, 9, 18, 27 i 54. Spróbujmy więc czyli 2 nie jest pierwiastkiem równania, podstawiając $x=2$, tedy

$$12 + 7 - 116 + 6 + 258 - 81 - 54$$

$$2) 12 + 31 - 54 - 102 + 54 + 27 \neq 0$$

przeto 2 jest jednym z pierwiastków całkowitych. Kładąc powtórnie $x=$

$$\text{tedy } -3) 12 - 29 - 29 + 93 - 21 - 18 = 0$$

zatem i -3 jest pierwiastkiem tego równania. Próbując dalej czyli 3 i 6, okazało się, że żaden z nich nie jest pierwiastkiem naszego równania. Spróbujmy teraz dane równanie przez $(x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$ najdziwniejze iloraz $12x^4 - 5x^3 - 39x^2 + 15x + 9$ który potężywszy $= 0$ otrzymamy równanie dotyczące czterech innych pierwiastków tego równania. To równanie nie ma pierwiastków całkowitych $x^4 - \frac{5}{12}x^3 - \frac{39}{12}x^2 + \frac{15}{12}x + \frac{9}{12} = 0$ widzimy że doładowałem dzielnicami ostatniego wyrazu są 1, 3, 9; mianownik zaś 12. Ale pierwiastki mogą być ułamkami więc spróbujmy $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{3}{4}, \frac{9}{12}$ czyli $\frac{3}{4}$ t.j. poprzednik ułamka może być pierwiastkiem naszego równania. Próbując podstawiając ułamek ten doładowałem jako i odjemnie, najdziwniejze są tylko $-\frac{1}{3}$ i $\frac{3}{4}$ są pierwiastkami, tedy

$$-\frac{1}{3}) 12 - 5 - 39 + 15 + 9 \quad \frac{3}{4}) 12 - 5 - 39 + 15 + 9$$

$$-3) 12 - 9 - 36 + 27 - 0 \quad \frac{3}{4}) 12 + 4 - 36 - 12 = 0$$

przeto okazało się wielomian ostatniego równania przez $(x + \frac{1}{3})(x - \frac{3}{4})$ czyli przez $(3x+1)(4x-3) = 12x^2 - 5x - 3$ najdziwniejze iloraz $x^2 - 3$ t.j. osiągnęliśmy równanie nowsze o dwa stopnie. A potężywszy ostatni iloraz $= 0$ tedy $x^2 - 3 = 0$ tedy $x = \pm \sqrt{3}$.

Tak tedy otrzymaliśmy sześć różnych rozwiązań naszego równania, miały one

$$x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = \frac{3}{4}, x_4 = -\frac{1}{3}, x_5 = +\sqrt{3}, x_6 = -\sqrt{3}$$

Leż nie są one, a nawet bardzo rzadko ułamek, tak małym rachunkiem znaleźć pierwiastki, przygotujmy ułamek i jego licznik i mianownik ~~moż~~ ostatniego wyrazu, mając wideł dzielnic, które w takim razie przeobrażają równanie jak poprzednio tego stopnia, według § 11. Kładąc $x' = mx = 12x$ tedy $x = \frac{x'}{12}$, przez co ułamek pierwiastki przyszedł do całkowitego przeobrażenia równania, a do analizy, potrzebujemy podzielić przez 12 i otrzymamy pierwiastki ułamek ułamek naszego równania. Mówiąc o granicach pierwiastków, przechodzimy się do ich najprostszej postaci ułamkowej, szukanie pierwiastków oporządza nam wiele niepotrzebnych prób.

niektóre pierwiastki ułamkowe

§22. Ponieważ każdy, jak wspomnieliśmy §8 §9, jest staraniem zafund., że powołane
rozważania równanie mia pierwsiachy cathowite i utomkowce, a zatem
mierne, oraz pierwsiachy rione, takowe na pascie podanych swierdzen
i pasciech mynaltie mone. Otworze i mionian podanego równania
podzielę się przez iloczyn, czynników pierwsiachy, pochodzących z rone
kierionych, cathowitych, utomkowych i rionych pierwsiachy, otrzymam
iloraz który, zrótnany do pasci, da nam równanie, mające same pierwsiachy
nie wymieszanego z rone i same pascie, a zatem rone, mion, pascie, czy
toż ma pierwsiachy wymieszanego lub nie, bo na rone mion, cathowitych i rion
mianu się poiało w §18 i 19, pothaję mone następujące swierdzenie.

Równanie $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0 = 0$ jest
współwzajemne. Liczbami cathowitami, nie mone mion, ~~nie mone~~ pierwsiachy
utomkowce. Dowód, że swierdzenie jest nadstawa. Liczbami
tutajm równaniem będzie $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0 = 0$

Przyjmijmy, jeżeli to być może, że q jest pierwsiachy tego równania
gdzie p i q są liczbami cathowitami między sobą pierwszemi, tedy być powinno

$$\frac{p^n}{q^n} + a_{n-1}\frac{p^{n-1}}{q^{n-1}} + a_{n-2}\frac{p^{n-2}}{q^{n-2}} + a_{n-3}\frac{p^{n-3}}{q^{n-3}} + \dots + a_3\frac{p^3}{q^3} + a_2\frac{p^2}{q^2} + a_1\frac{p}{q} + a_0 = 0$$

Mnożąc to równanie przez q^n , otrzymamy:

$$p^n + a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}q p^{n-2} + a_{n-3}q^2 p^{n-3} + \dots + a_3q^{n-4}p^3 + a_2q^{n-3}p^2 + a_1q^{n-2}p + a_0q^n = 0$$

$$\text{czyli } \frac{p^n}{q^n} = - (a_{n-1}\frac{p^{n-1}}{q^{n-1}} + a_{n-2}q\frac{p^{n-2}}{q^{n-2}} + \dots + a_3q^{n-4}\frac{p^3}{q^3} + a_2q^{n-3}\frac{p^2}{q^2} + a_1q^{n-2}\frac{p}{q} + a_0q^{n-1})$$

Drużę stroną tego równania jest liczba cathowita, przeto i pierwiastki tego
powinno. Ponieważ jednak p i q są między sobą pierwszemi, więc każda pro
ga p^n nie może być podzielna przez q . Jest więc pierwiastki strona prawno utom
kowce. Ale liczba utomkowa nie może być równa cathowit, oślednie proste
równanie utrzymać się nie może, a następnie i przypuszczenie, że wymies
utomok q jest pierwsiachy równania $f(x) = 0$ jest także fałszywym.
Jest przeto dowiedzione, prawdziwe, że równanie ratowane podobne, nie ma
żadnego wymieszanego pierwsiachy.

§23. Pomijając §8 §9, doprowadzę nas wizer hard. mionie do tego, że bze
my mieć do krymienia tylko że równaniami których pierwsiachy są
wprawdzie podobne ale niewymierne oraz urojone. Znamy już wspomn
temie z urojonych pierwsiachy walczytki któryś dołd nieporozumie
dla tego w dalzym użgu utrzymamy się tylko pierwsiachami podobnem
a urojonych powie się tylko że się racjonalnie majądziej, lub nie.

Wzajemne niewymiernych pierwsiachy byłoby bardzo trudnem gdy
nam §12 nie wstazywał do tego utawienia, mianowicie gdzie i pom
drygalicmi liczbami podobnymi podobnym pierwsiachy. Atoli, nawet o
tego utawienia ciekawość, nas jeszcze ciekawość odtuż a mionem p
ca, przyby Matematyka nie była pasci podobna utawienię zych się pasci

Najważniejszą sprawą jest znaleźć granice narzucane granice pier
wsiachy tak do cathowitych jak i ujemnych. Granice narzucane pierwsiachy
dodatnych narzucamy liczbę cathowitą najwiecej o 1 większą niż pierwiastki
najwiskry dodatni; a granice pierwsiachy ujemnych jest liczba cathow
ta o 1 mniejsza, uważając ujemnie, albo liczba odjemna najwiecej o jedno
większą niż pierwiastki najwiskry odjemny. Te granice narzucamy za

cajnie, wyjąwszy, że i w wielomianach fa wystarczący mi liczb
za granice, ponieważ dodadnem i odjemnem pierwsiachami ser. A
jest to wielomian podobny do ser byłoby podobny odczęt granice i mionem
jest onmy podobny innym tak dla pierwiastki jako i drugich pierwsiachy
Te nowe granice narzucają się niepomi. Pierwsza granice pierwsiachy
dodatnych jest liczba cathowita o jednoś najwiecej mniejsza, niż najmniejs
pierwiastki dodatni; mionem zaś granice pierwsiachy odjemnych jest la
liczba cathowita o jednoś mniejsza niż najmniejszą pierwiastki
stok odjemny.

tego twierdzenia pochodzący
 F. Niech będzie wielomian podał dowód przez Emila Mathieu dla ogólniejszego
 równania, bo dla równania $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ jest to równanie ma
 pięć właściwości: 1^o jeżeli a_n i a_0 są liczbami nieparzystymi a jedna z liczb $f(1)$ i
 $f(-1)$ jest liczbą nieparzystą. 2^o jeżeli iadwa z ostatnich liczb $a_n, a_0, f(1)$ i $f(-1)$ nie jest
 podzielną przez 3. Przerony dowód jest następujący.

Niech $\frac{p}{q}$ będzie pierwiastkiem atomalowym równania $f(x) = 0$, gdzie p i q są liczbami
 całkowitymi względnie pierwszymi. Wówczas p musi być pierwiastkiem $x - \frac{p}{q}$ podzielnym
 wielomianu $f(x)$, a iloraz oznaczmy przez $\varphi(x)$, będzie $f(x) = (x - \frac{p}{q}) \varphi(x)$, gdzie

$$\varphi(x) = \begin{array}{r|l} a_n x^{n-1} + \frac{a_n p}{q} x^{n-2} + \frac{a_n p^2}{q^2} x^{n-3} + \dots + \frac{a_n p^{n-1}}{q^{n-1}} \\ + a_{n-1} x^{n-2} + \frac{a_{n-1} p}{q} x^{n-3} + \dots + \frac{a_{n-1} p^{n-2}}{q^{n-2}} \\ + a_{n-2} x^{n-3} + \dots + \frac{a_{n-2} p^{n-3}}{q^{n-3}} \\ + \dots + \frac{a_{n-3} p^{n-3}}{q^{n-3}} \\ + \dots + \frac{a_1 p}{q} \end{array}$$

Polożmy $\varphi(x) = \frac{\psi(x)}{q^{n-1}}$ gdzie oczywiście $\psi(x) = \begin{array}{r|l} a_n q^n x^{n-1} + a_n p q^{n-2} x^{n-2} + a_n p^2 q^{n-3} x^{n-3} + \dots + a_n p^{n-1} q^{n-1} \\ + a_{n-1} q^{n-1} x^{n-2} + a_{n-1} p q^{n-2} x^{n-3} + \dots + a_{n-1} p^{n-2} q^{n-2} \\ + a_{n-2} q^{n-1} x^{n-3} + \dots + a_{n-2} p^{n-3} q^{n-3} \\ + \dots + a_1 p q \end{array}$

jest wielomianem którego współczynniki możemy różnie podzielić iloraz $x, \frac{p}{q}$ liczbami całkowitymi,
 tedy także $f(x) = (x - \frac{p}{q}) \frac{\psi(x)}{q^{n-1}}$. Wtedy wzięty liczbę całkowitą α na x , będzie
 także $f(\alpha) = \frac{(q\alpha - p) \psi(\alpha)}{q^n}$ gdzie $\psi(\alpha) = \frac{f(\alpha)}{q\alpha - p}$. Niezależnie od tego równania jest
 liczbą całkowitą i drugie pole być musi, że $\psi(\alpha)$ musi być podzielne przez q^n .
~~Wobec tego $\psi(\alpha)$ musi być podzielne przez q^n , a ponieważ $q\alpha - p$ jest liczbą całkowitą, to $\psi(\alpha)$ musi być podzielne przez q^n .~~
 Liczby całkowite $q\alpha - p$ i $\psi(\alpha)$ są względnie pierwsze, gdyż by inaczej miały wspólny dzielnik, to
 dzielnik q^n dzielący $\psi(\alpha)$ musiałby dzielić także $q\alpha - p$, co jest niemożliwe, bo p i q są pierwszymi
 między sobą, a następnie nie mogłyby podzielić dokładnie $q\alpha - p$. Jest więc pewną rzeczą, że q^n nie
 jest podzielne przez $q\alpha - p$, więc $\frac{\psi(\alpha)}{q\alpha - p}$ musi być liczbą całkowitą. Wziąwszy w ten
 wyrażeniu $0, 1, -1$ za α , znajdziemy trzy wypadki odpowiednio $\frac{a_0}{p}, \frac{f(1)}{q-p}$ i $\frac{f(-1)}{q+p}$ które
 będą liczbami całkowitymi. Ponieważ zaś $\frac{p}{q}$ jest pierwiastkiem równania
 $f(x) = 0$, zatem liczb $\frac{a_0}{p}$ jest liczbą całkowitą, być może także liczbą musi $\frac{a_n}{q}$ w równaniu ostatnim.

Stosownie do tego wywodu, jeżeli a_n i a_0 jako wielokrotne liźb q i p są nieparzystemi liźbami, muszą też być q i p również nieparzystemi, a następnie $q-p$ i $q+p$, jako też $f(1)$ i $f(-1)$ będą liźbami parzystemi.

Jeżeli zatem a_n i a_0 są nieparzystemi i jedna z liźb $f(1)$ i $f(-1)$ także nieparzysta, prosić się oświadczenie nie może mieć pierwszostwów całkowitych, z których się wyznierzych. Ponieważ zaś ten sam bzdur dowiedzieć, polozymy $q=1$, ze tem trafimy na przypadek pierwszostwów całkowitych nie dla równania $f(x)=0$ nie może mieć pierwszostwów całkowitych, jeżeli a_n i a_0 oraz jedna z liźb $f(1)$ i $f(-1)$ są nieparzystemi; a to jest twierdzenie Gaussa §18.

Przyjmijmy powtórnie a_n i a_0 nie są podzielne przez 3, tedy także p i q nie będą podzielne przez 3; dlatego polozymy $p=3r\pm 1$, $q=3s\pm 1$ stąd wiemy, że jedna z liźb $q-p$ i $q+p$ podzielna będzie przez 3, a następnie i jedna z liźb $f(1)$ i $f(-1)$. Koniecznie przez 3 podzielna być musi; stąd więc nie ma równania $f(x)=0$ nie ma wyznierzych pierwszostwów składowych z czterech liźb $a_n, a_0, f(1)$ i $f(-1)$ nie jest podzielna przez 3.

Z tego narazie dowodu wypada koniecznie, że równanie $f(x)=0$ ma, jako nieparzyste liźby wyrazów i którego współczynnik a_0 liźbami całkowitemi nieparzystemi, nie ma pierwszostwów wyznierzych.

Travence.

$$f(x) = 858x^7 - 3003x^6 + 4158x^5 - 2887.5x^4 + 1050x^3 - 189x^2 + 14x + 0.25 = 0$$

[illegible][illegible]

Pierwsze powypisz przekształcenie równania $f(x)=0$ na $f'(x')=0$, nie potrzebując żadnego rachunku już fizycznie następnego podobnie musi być tak że dla x' w równaniu $f(x)=0$, mamy

$$\dots + a_1 \frac{1}{x'} + a_2 \frac{1}{x'^2} + a_3 \frac{1}{x'^3} + a_0 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x^n} + a_{n-1} \frac{1}{x^{n-1}} + a_{n-2} \frac{1}{x^{n-2}} + a_{n-3} \frac{1}{x^{n-3}} + \dots + a_3 \frac{1}{x^3} + a_2 \frac{1}{x^2} + a_1 \frac{1}{x} + a_0 = 0$$

albo

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_{n-3} x^3 + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x + 1 = 0$$

czyli nie ma innych pierwiastków oprócz tych, które już mamy.

$x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_{n-3} x^3 + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x + a_n$
 2) Skoroż wiemy, że aby otrzymać pierwiastki równania kwadratowego, musimy być w stanie odwrócić pierwiastek, dosyć jest napisać odpowiedni wzór. Wskazujemy, że w odwróceniu pierwiastka, który jest pierwiastkiem równania, otrzymamy pierwiastek równania odwrotnego. Wskazujemy, że w odwróceniu pierwiastka, który jest pierwiastkiem równania, otrzymamy pierwiastek równania odwrotnego. Wskazujemy, że w odwróceniu pierwiastka, który jest pierwiastkiem równania, otrzymamy pierwiastek równania odwrotnego.

Także przy granicy województwa i wsi przygranicznej (wsi) znowu

$$f(x) = x^6 - 6x^5 - 13x^4 + 84x^3 - 13x^2 - 6x + 1 = 0$$

znajdziemy wypis granice sporobem wypróbowanym +6 i -4.

~~Knewlione Brown~~ ~~is~~ ~~born~~

$f(x') = x^6 - 6x^5 - 13x^4 + 84x^3 - 15x^2$
którego pierwiastków granicowych są równier $+6$ i -4 a powoła
nie to jest porządkowy gatunek arborescencji w których występują młode
nowe co porządku i końca w których są sobie równe i ich młode są równe i

nam, dla czego przekroczenie jest najistotniejszą rzeczą. Moje wykreślenie granic przekrojenego równania, miało więc $\alpha = +6$, $\alpha' = -4$, niższe granice byłyby przekroczeń oznaczałyby odpowiednio $\alpha = -2$, $\alpha' = 0$, a więc na iloraz cyfr, 7 i 10 obliż / 24

$\alpha = -4$, wartość $g = +\frac{4}{6} = 0.17$ będzie nadmiarowa, a wartość $g = -\frac{4}{6} = -0.25$ będzie mniej niż nadmiarowa. Takie punkty przedstawiają dwa przeciwne składowe, które sumują się do zera. Takie punkty przedstawiają dwa przeciwne składowe, które sumują się do zera.

~~me b. g. h. e. m. n. e. l. l. y. f. o. r. m. e. d. i. c. i. n. e. p. r. o. f. e. s. s. o. r. a. f. f. e. l. l. e. L. a. p. o. m. i. e. r.
 p. r. o. f. e. s. s. o. r. i. a. g. e. n. t. e. l. a. b. e. l. i. c. a. c. o. n. s. i. s. t. e. n. t. e. p. r. o. f. e. s. s. o. r. i. a. g. e. n. t. e. l. a. p. o. m. i. e. r.
 a. f. f. e. l. l. e. f. i. s. m. a. j. o. s. e. p. h. n. i. d. i. y. s. p. i. s. t. o. l. i. s. p. r. a. l. i. c. i. e. n. t. i. a. p. r. o. f. e. s. s. o. r. i. a. g. e. n. t. e. l. a. p. o. m. i. e. r.
 d. a. n. c. y. o. w. y. n. a. p. d. r. i. e. f. i. s. t. i. p. r. o. f. e. s. s. o. r. i. a. g. e. n. t. e. l. a. p. o. m. i. e. r. p. r. o. f. e. s. s. o. r. i. a. g. e. n. t. e. l. a. p. o. m. i. e. r.
 n. e. l. l. y. f. o. r. m. e. d. i. c. i. n. e. p. r. o. f. e. s. s. o. r. a. f. f. e. l. l. e. L. a. p. o. m. i. e. r.~~

napisane:
 doctadze: 0.26795, 0.17157, 3.73205, 5.82843
 adjemne: -0.26795, -3.73205
 Kłóre asprawieliwiaz wyrij sualerione granice.

0
wady nie ma
niechciał dachyż,
niecierpiąc' go,
chorało, onajdremy
0
a, dostrzamy pro
wypstnie do dachy,
male chemy can,
0 onajdremy nie
wypstniek wido,
byśmy ze latim
0. Wypstniek wido
byśmy wido dachy
ze puet wpy najmiej
0 a ojedni niefied

F. Chęć wykręcić prawdziwą granicę Karłowu z podmiem piśmiewskiem, nie można tu inaczej
propozycję jak potocznie da X wzmianki przypadać do walerio nych granicach, mianowicie po-
czi potocznie da X wzmianki 0, 0'1, 0'2, 0'3 0'9, 1. Sankcje wyprzedzić sporobim wyto-
zonym w 58, i najdroższymi

$$\begin{aligned} 0) & 858 - 3003 + 1158 - 2887.5 + 1050 - 189 + 14 - 0.25 = f(0) \\ 01) & 858 - 2917.2 + 3866.28 - 2500.872 + 799.9128 - 109.00872 + 3099.128 + 0.0599128 = f(0.1) \\ 02) & 858 - 2831.1 + 3591.72 - 2169.156 + 616.1688 - 65.76624 + 0.846752 - 0.0806496 = f(0.2) \\ 03) & 858 - 2745.6 + 3334.32 - 1687.204 + 483.8388 - 43.84834 + 0.845498 + 0.0036494 = f(0.3) \\ 04) & 858 - 2659.8 + 3094.08 - 1649.868 + 390.0528 - 32.97888 + 0.808448 + 0.0733792 = f(0.4) \\ 05) & 858 - 2574 + 2871 - 1452 + 324 - 27 + 0.5 = f(0.5) \\ 06) & 858 - 2488.2 + 2665.08 - 1288.452 + 276.9288 - 22.84272 + 0.294368 - 0.0733792 = f(0.6) \\ 07) & 858 - 2402.4 + 2476.32 - 1154.076 + 242.1468 - 19.49724 + 0.357932 - 0.0036476 = f(0.7) \\ 08) & 858 - 2316.6 + 2304.72 - 1043.724 + 215.0208 - 16.98336 + 0.413312 + 0.0806496 = f(0.8) \\ 09) & 858 - 2230.8 + 2150.28 - 952.248 + 192.9768 - 15.32088 + 0.211208 - 0.0599128 = f(0.9) \\ 1) & 858 - 2145 + 2013 - 874.5 + 175.5 - 13.5 + 0.5 + 0.25 = f(1) \end{aligned}$$

7

$$f(x) = x^4 - 194x^3 + 13841x^2 - 429664x + 488448 = 0$$

ponieważ to równanie ma same przeciwny znak i z tego powodu nie ma
pierwiastków ujemnych, zatem szukajmy wypisuj granicy pierwiastków dodatnich,
najlepiej je sporobem poprowadzno wskazanym = f. Dla rozliczenia zaś gra-
nic, wypisujmy pierwiastki to równanie, jeżeli co dopiero poliarato, najdoklej
je $f(x') = 488448x^4 - 429664x^3 + 13841x^2 - 194x + 1 = 0$

szukając tu granicy wypisuj ~~tego~~ pierwiastków tego równania, dostaniemy po
wyprowadzeniu wielomianów pochodnych, że $x=1$ czyni wypisane dodatni,
mimoże byłoby $\alpha=1$ a następnie $g=\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{1}=1$. Jeżeli jednak chcemy ciekaw-
nieś dokładniej granicę niższą, tedy potrzeba spróbować liczb mniejszych niż
1 t.j. ułamków $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ czyli który z nich nie czyni wypisanych wielo-
mianów pochodnych dodatnimi. Na tej drodze znalazłoby się że takim
ułamkiem jest t.j. że $\alpha=\frac{1}{3}$; wtedy $g=\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$. Wypisując
cięż pierwiastki podanego równania leżą między 3 i 7. Aby je wypisać dłużej
potrzebny są liczby 3, 4, 5, 6, 7, a z tego podziału nie poliaro się że pierwiastki najmniejsi
są pierwiastek leży między 3 i 4, drugi między 4 i 5, trzeci między 5 i 6 a ostatni pomiędzy
między 6 i 7.

niepewny dla granic, $f(x)$ i x pośrednia liczbę, która naturalnie
będzie liczbą mniejszą od granicy i atomu dalszym $f(x)$ i x
jeżeli pierwsze dwa przedstawienia, które wydały wypadki ze zmiennymi
ciwnymi były a i b , które są pośrednią liczbą c i b znowu przedstawia
za x . Jeżeli wypadki z przedstawienia c będzie z takim samym wynikiem
jak wypadki z przedstawienia a , będzie to dowodem na to, że wielkość c jest
dla c i b ; w przeciwnym razie, między a i c . Ściśnięcie granicy dalej;
Wtedy $f(x)$ za x pośrednia liczba pomiędzy a i c lub dla granicy c i b .
To przedstawienie liczb pośrednich doprowadzi do tego, że do polinome
drzemmy dwóch przedstawień różniących się tylko o $\frac{1}{10}$, bo pod tym roz
miankiem należy Newtonowy na leś przybliżonym sposobem do
cyfry chęć nie pierwiastka, którego pierwiastek jest już mały. Sposób
ten jest następujący. Niech będzie dane do rozwiązania równanie
 $f(x) = 0$; za pomocą powyższego przedstawienia znaleźć $f(x)$ już pier
wiastek $x = p$, w której cyfra dziesiętna prawdziwa, albo już $f(x)$ z wy
raznie mówić, na to przybliżony. Oznaczymy więc przez α to co bra
śmy przybliżonemu pierwiastkowi p do prawdziwego, będzie $x = p + \alpha$.
Podstawimy teraz w wielomianie $f(x)$ $p + \alpha$ raz i uporządkowaliśmy
zrobienie według potęg potęg α , według § 6 lub § 7 będzie

$$f(p + \alpha) = f(p) + \alpha f_1(p) + \alpha^2 f_2(p) + \alpha^3 f_3(p) + \dots = 0$$

bo $p + \alpha$ jest prawdziwym pierwiastkiem równania. Wtem próbna,
nie jest $f(p)$ pierwiastkiem wielomianu, próbna dla tego, co nim
potory są p za x , zaś $f_1(p)$, $f_2(p)$, $f_3(p)$ i t.d. są wielomianami p ,
określeni. Ponieważ $\alpha < \frac{1}{10}$, bo pierwiastek cyfra dziesiętna w p jest praw
zatem $\alpha^2 < \frac{1}{100}$, $\alpha^3 < \frac{1}{1000}$ i t.d. chęć $f(x)$ pnie to tylko α bliżej do praw
drze pierwiastka, możemy zamiast α w przyszłości α' użyć przy
od $\alpha^2 f_2(p)$, a w takim razie, najdrobniej
 $f(p) + \alpha f_1(p) = 0$ stąd $\alpha = - \frac{f(p)}{f_1(p)}$

Obliczamy więc wartości α na podstawie cyfrach dziesiętnych, otrzyma
my pierwiastek bliższy prawdziwego niż p t.j. $p + \alpha$ który ozna
my p' a nową poprawkę przez α' , będzie $p' + \alpha'$ pierwiast
kiem bliższym prawdziwego niż p' . Aby poprawkę α' obliczyć
dodajemy do powyższej wartości potory p' za p , a otrzymany
 $\alpha' = - \frac{f(p')}{f_1(p')}$. Tu rachować już potrzeba wartości α' przy najniższej
wpisaniu cyfrach dziesiętnych. Dodaliśmy nową poprawkę α'
z powyższym znakiem do p' , otrzymamy p'' przez $p' + \alpha'$ a nową p''
poprawkę przez α'' , który da nową poprawkę będzie $\alpha'' = - \frac{f(p'')}{f_1(p'')}$ i t.d.
Cale to postępowanie najłatwiej objaśnić przykładem.

Niech będzie równanie $f(x) = x^3 + 8x^2 + 6x - 759 = 0$ które rozwiązu
jemy. Ze sposobu naszego ma p pewności, że p przynajmniej pierwia
stek, że p jest dodatni, stwierdzić możemy na podstawie § 13, dw
raz inne jeżeli p jest dodatni, musi być odjemne na podstawie § 16. Spruba
jąc granicę, bierzemy pierwiastki dodatnie, mamy

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 8x^2 + 6x - 759 \\ f_1(x) &= 3x^2 + 16x + 6 \\ f_2(x) &= 3x + 8 \\ f_3(x) &= 1 \end{aligned}$$

z czego się przekonamy, że $x = 3$ cyfra dziesiętna wielomianu dodatni. a
zatem nie dla liczby 3 jest granicą, więc p pierwiastkiem dodatnim. Ponie
waż p to granica bardzo jest bliska zera, nie potrzebujemy więc p
knie niższej granicy, ale za to, wzięci natych zera.

Jeżeli pier
wiastek p
liczby p
zmienny, jest
każdy pierwiastek
liczby p
całkowicie
pierwiastek
zmienny, jest
każdy pierwiastek
liczby p
całkowicie

Pras $p + \alpha$
nowe bliższe
niż p warto
ści pierwiastka

Pierwiastki liczb 0, 1, 2, 3 x znajdujemy

$$\begin{array}{l} 1 \quad +8 \quad +6 \quad -75q = f(0) \\ 1) \quad +9 \quad +15 \quad -60q = f(1) \\ 2) \quad +10 \quad +26 \quad -23q = f(2) \\ 3) \quad +11 \quad +39 \quad +41q = f(3) \end{array}$$

Spokojny punkt pierwiastek leży między 2 i 3. Ścislijsze teraz granice, przy $x = 2.5$, tedy będzie

$$2.5^3 + 10.5 + 32.25 + 47.25 = f(2.5)$$

Ponieważ $f(2) = -23q$ a $f(2.5) = +47.25$, więc pierwiastek nasz znajduje się między 2 i 2.5. Potoczny przybliżenie $x = 2.3$ znajdujemy na wypadku $f(2.3) = -7.1$ pierwiastek punkt leży między 2.3 i 2.5 bo to po prostu miało być wypadkiem z pierwiastkami. Władze na przykład $x = 2.4$, znajdujemy $f(2.4) = -1.596$. Ponieważ $f(2.4) = -1.596$ a $f(2.5) = +47.25$ więc pierwiastek leży między 2.4 i 2.5, tym sposobem mamy teraz pierwiastek przybliżony na 10. Potoczny przybliżenie $x = p + \alpha = 2.4 + \alpha$, ponieważ $f(p) = f(2.4) = -1.596$, zaś $f'(p) = f'(x)$ płynie z potoczny 2.4 za x i stąd znajdujemy $f'(2.4) = +61.68$, zatem

$$\alpha = -\frac{f(p)}{f'(p)} = -\frac{-1.596}{61.68} = +\frac{1.596}{61.68} = 0.026 \text{ rachując } \alpha \text{ byłoby}$$

w trzech wyrażeniach dziesiętnych. Bliskość punktu pierwiastka prawdziwego, znajdujemy $p + \alpha = 2.4 + 0.026 = 2.426$. Spróbujmy nową poprawkę, potoczny następnie $p' + \alpha' = 2.426 + \alpha'$, a władze 2.426 za x tak w $f(x)$ jako też i w $f'(x)$, znajdujemy $f(2.426) = +0.017971$, $f'(2.426) = +62.472428$ a następnie $\alpha' = -\frac{f(p')}{f'(p')} = -\frac{0.017971}{62.472428} = -0.000288$, rachując w przybliżeniu

przybliżenie dziesiętnych. Bliskość pierwiastka właściwego, ponieważ będzie $2.426 - 0.000288 = 2.425712$ gdzie za punkt w który wyrażenie można się już pewnie. Jeżeli się potrzebuje pierwiastka w postaci dziesiętnych wyrażeniach, spróbujmy nową poprawkę α'' władze $p'' = 2.425712$. Wprowadzając ten rachunek, potrzeba tu już rachować w dziesięciu lub chociaż w wyrażeniach dziesiętnych. Spróbujmy jeszcze raz jedną poprawkę. Władze $x = 2.425712$ tak w $f(x)$ jako też i w $f'(x)$ znajdujemy $f(2.425712) = -0.0000180162$, $f'(2.425712) = +62.46362812$ zatem $\alpha'' = -\frac{-0.0000180162}{+62.46362812} = +0.0000002884$, a następnie pierwiastek przybliżony którego szukamy jest $x = 2.425712 + 0.0000002884$

$$= 2.4257122884 \dots$$

Pierwiastek ten jest dokładnym w dziesięciu wyrażeniach dziesiętnych, ponieważ przy bawieniu w $f(x) = 0$ $x = 2.4257122884$, znajdujemy na wypadku -0.000000001857835 .

Jak postępować należy gdybyśmy chcieli ten pierwiastek mieć jeszcze w większej wyrażeniach, jest jasne.

Chcąc się dowiedzieć czyli dwa inne pierwiastki są rzeczywiste lub urojone, możemy przedstawić tylko w sposób wyrażeniach t.j. $x = 2.425712$ przez wyznaczenie pierwiastka $x = 2.425712$ podzielnym wielomianem $x^3 + 8x^2 + 6x - 75q$ sposobem w § 10 podanym, rachując tylko w przybliżeniu, tedy otrzymamy iloraz

$x^2 + 10.425712x + 31.289775$ i resztę -0.000018 która uwarunkowana jest naszym zażyciem, bo pierwiastek uwarunkowany w tym wariancie dokładnym, który w naszym analizie iloraz do zero otrzymamy dla dwóch innych pierwiastków, równanie $x^2 + 10.425712x + 31.289775 = 0$ którego wetnie rozwiążemy widzimy że dwa jego pierwiastki są urojone, bo $\left(\frac{1}{2}(10.425712)\right)^2 = (5.212856)^2 < 31.289775$. Jeżeliby zaś potrzebne było do jakiego celu wyrażenie tych pierwiastków, łatwo je znaleźć z użyciem (rozwiązania)

О Никлы нам данім фыто. ело порывиз рання проіонаніа

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x + 17 = 0$$

$f(x) = x - 3x^2 + 10x - 10x + 10x + 17 = 0$
 Lecz, ponieważ tu są cztery premiany anahoides jedno będzie następne,
 które, ponieważ na podstawie świadectwa Debiarta, że jeżeli wpyt,
 nie może przedstawiać f. rzeczywistych, estery będą, chociaż wremi
 jeden odjemny. Ten odjemny przedstawiać wstawił nam ten taler
 i Twierdzenie §13. Trudni się granie przedstawiać według §25, znej,
 dciemy je -1 i $+1$. W tych granicach liczą radem wypytlic
 przedstawiać tej drodze między 0 i 9 a odjemne między -1 i 0 . Tru-
 kuje odjemnego przedstawia, przerobimy dane zrównanie na inne tak,
 żeby przedstawia były z przeciwnymi znakami, tym sposobem ten od-
 jemny przedstawia, będzie dodatni. Przerobione zrównanie będzie
 $10x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 15x = 17 = 0$

$$f(x) = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x - 17 = 0$$

$f(x) = x + 3x + 10x + 10x + 15x + 17 = -8$
 Polozymy tu $x=0$ a potem $x=1$, znajdziemy $f(0) = -17$, $f(1) = +24$
 Sieciązys granice, polozimy $x=0.5$ a znajdziemy $f(0.5) = -5.110625$;
 szukamy pierwiastka między 0.5 i 1 . Polozimy dalej $x=0.7$
 a otrzymamy $f(0.7) = +3.19857$, pierwiastek jest między 0.5
 i 0.7 . Polozymy na miejsce $x=0.6$, otrzymamy $f(0.6) = -1.51424$
 szukamy pierwiastka między 0.6 i 0.7 i juz bym sposobem
 na to juz znamym. Sprubujmy teraz poprawki wstawić w ten sposobem,
 znajdziemy $\alpha = -\frac{f(0.6)}{f'(0.6)} = +\frac{1.51424}{112.768} = 0.035$, a pierwiastek bliższy
 przy prawdziwego $x=0.6+0.035=0.635$. Polozymy $x=0.635$, znajdziemy
 $f(0.635) = +0.033926$ a $f'(0.635) = +115.730659$. Ztemi
 kładami jeszcze następną poprawkę $\alpha' = -\frac{0.033926}{115.730659} = -0.000742$
 a pierwiastek znowu bliższy prawdziwego $x=0.635-0.000742$
 $= 0.634258$ i t.d.

Pierwszą z nich jest liczba rektoryczna $x = -0.634258...$
Którą w pizmie cyfrach jest zupełnie pewnym, bo potoryzując raz
 $x = -0.634258$ a potem $x = -0.634257$, otrzymamy wypadki nie ma,
nami przeciwności, co pokazuje że ten pierwszy jest w pizmie cyfrach
dokładnym, bo leży w granicach -0.634257 i -0.634258 .

Alby inne piśmiectwa odległe i bliższe według swego opowiadania
wypisane na dodatek i to w granicach 0'1, dopóki jest w tych granicach
cała próba i warości 0'1, 0'2, 0'3, ... (zaś) przenieśmy się do
wypadku mierzenia swatu alby wypisane będą, dodatek. Alby i tu
piśmiectwa jest pany, zatem formuła swiatu i wypisane
z uwagami, przetoż i jest, iż przed nami, według § 21, że dane
złożenie nie ma piśmiectwa swiatu.

[illegible]

Wobec powyższego, przy założeniu, że $f(x) = 0$ oznaczaemy pierwiastki i równania stopnia $f(x) = 0$ odnawimy je jako wyrażenie przez $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$, to jmi wiemy że

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(\dots)(x - x_{n-1})(x - x_n) = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 \dots \xi_{n-1} \xi_n$$

Wtedy $x - x_1 = \xi_1, x - x_2 = \xi_2, x - x_3 = \xi_3$ i t.d.

My dear & string many meeting 87

$$f(p+\alpha) = f(p) + \alpha f'_1(p) + \alpha^2 f'_2(p) + \alpha^3 f'_3(p) + \dots$$

Als die Lösung $f(p+\alpha) = (\xi_1+\alpha)(\xi_2+\alpha)(\xi_3+\alpha)(\dots)(\xi_{n-1}+\alpha)(\xi_n+\alpha)$

Wzrostający do narracji wewnętrznej i porządku rzeczy wewnątrz siebie.

полы α , образуя: $(\xi_1 \xi_2 \xi_3 \dots \xi_n + \xi_2 \xi_3 \xi_4 \dots \xi_n)$

bez powtorzenia

162 H element low,
bridge with no

I dowód tych twierdzeń różniących się od poprzednich, że w przypadku, że w pewnym mi

$$f(p) = \xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 \dots \xi_n = (p - x_1)(p - x_2)(p - x_3)(p - x_4)(\dots)(p - x_{n-1})(p - x_n)$$

$$f_1(p) = \zeta_2 \zeta_3 \zeta_{i_1} \dots \zeta_{i_{n_1}} + \zeta_1 \zeta_3 \zeta_{i_1} \dots \zeta_{i_{n_1}} + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_{i_1} \dots \zeta_{i_{n_1}} + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_{i_1} \dots \zeta_{i_{n_1}} + \dots + \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \dots \zeta_{i_{n_1}}$$

So poudze meimij jii pnyssjii do cloware Sagrania. I ostidnich ewa

$$\frac{f_1(p'')}{f(p)} = \frac{1}{p-x_1} + \frac{1}{p-x_2} + \frac{1}{p-x_3} + \frac{1}{p-x_4} + \dots + \frac{1}{p-x_{n-1}} + \frac{1}{p-x_n}$$

Mówi się tu, że w sporobie Newtona, za pomocą fletki przybliżony, na $\frac{1}{10}$

$$\alpha = - \frac{1}{\frac{1}{p-x_1} + \frac{1}{p-x_2} + \frac{1}{p-x_3} + \frac{1}{p-x_4} + \dots}$$

also $\alpha = \frac{1}{\frac{1}{x_1 - p} + \frac{1}{x_2 - p} + \frac{1}{x_3 - p} + \frac{1}{x_4 - p} + \dots}$

Przypuszciliśmy że x_0 jest niewiadomym którego szukamy i dlatego p

Jeżeli poprostu, $x_1 - p - \alpha$ różnica między prawdziwym x , a bardziej przybliżonym $p + \alpha$ ma

ještě více byt' moudřej, než předešlá t.j. $X_1 - p - \alpha$ ~~α~~ $X_1 - p$, a naopak, že

$$x \frac{1}{x_1-p} + \frac{1}{x_2-p} + \frac{1}{x_4-p} + \frac{1}{x_5-p} + \dots = R_{\text{polygenic}}$$

$$x_{i-p-\alpha} = x_{i-p} - \frac{1}{x_{i-p} + R} \text{ also } \frac{1}{x_{i-p-\alpha}} = \frac{\frac{1}{x_{i-p}} + R}{R(x_{i-p})} = \frac{1}{x_{i-p}} + \frac{1}{(x_{i-p})^2 R}$$

Wzrostu i rozwoju jasno widim, że jeżeli $P, X, -p$ i R mają jednakowe

22. $x-p-\alpha$ } x - is historic do pismu onymu. Liczby x, p i K są, ponieważ

gdy $(x, -p - \alpha)^2 \gamma \frac{1}{(x, -p)^2}$. Znamy przeto ^{ciężko} mamy

$$\frac{1}{(x_1 - \beta - \alpha)^2} = \frac{1}{(x_1 - \beta)^2} + \frac{2}{(x_1 - \beta)^3} \alpha + \frac{1}{(x_1 - \beta)^4} \alpha^2$$

The integral vanishes due to the periodicity of the integrand, which is a function of $(x_1 - p)$ only. The integral is zero.

ka idosť zoberú, jak uvidíme, od seba, pričom si píšeme x_2, x_3, x_4, \dots nam a

wynalasi skaraidez rskorilyssiny ofsedii mogli azali warunko oflady

[illegible]

W powołanym 8. p. mało rozlisiny granice wrypkach jego pierwiastków, oraz że $x=0.5$
 $= \frac{1}{2}$ jest ~~jednym~~ jednym z jego pierwiastków. Aby więc otrzymać jeszcze liubami dalej
 mieć do krymicia, zrobimy taki równanie: to będzie stopnia przez dzielnie przez
 onamy już krymich pierwiastków $2x-1$, bo $x = \frac{1}{2}$, a otrzymamy dla 1. stopnia pierwiastków
 $f(x) = 1129x^6 - 1287x^5 + 1435.5x^4 - 726x^3 + 162x^2 - 13.5x + 0.25 = 0$

$$\alpha' = +2 - \frac{0'01008746}{2'6678014} = -0'00378, \text{ притѡ } p'' = 0'133 - 0'00378 = 0'12922$$

$f(p'') = f(0.12922) = -0.0000385734$ a $f_1(0.12922) = +2.857234904$, a $f_2(p'')$

$$\alpha'' = -\frac{f(p'')}{f_1(p'')} = + \frac{0.0000385734}{2.857234904} = +0.00001352 \text{ a soft spine pinching picture.}$$

Stek jeft $x = 0'12923352$ i Luc, W tym piarwiejftem dopiero piętla wypra-
jeft Holakadna, o czeim się podoconai uosima Aladys, raz $x = 0'12923$ a drugi raz $x = 0'12924$

w którychby pierony warunk nie był dopuszczony; dosyć bowiem wiążę
pierwiastki $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ takie linij, iły niektóre z nich $x_1-p, x_2-p,$
 x_3-p, \dots były bardzo małe i z precyzyjnymi znałam. A jeżeli niektóre
pierwiastków są ujemnymi np. x_1, x_2, \dots to dla postać $\pi + \sqrt{-1}$ i $\pi - \sqrt{-1}$,
dobrze widać, bycie wiążę π nie wiele różnie od p a $\sqrt{-1}$ bardzo małe, aby za
pomocą sposobu Newtona zamiast zbliżenia; cizgle oddalać się od prawdziw,
w tej wartości pierwiastka.

Też można było, w przeciwnym, że Newtona sposób byłby wtedy
z pewnością, iży można, gdy szukamy najwzrostego lub najmniejszego
pierwiastka t.j. najwzrostego dodatniego lub najwzrostego ujemnego. W ten
nim razie bierze się w obu przypadkach p większe niż x_1 , lub ujemne
na znak, a pustymi byi możemy, że nie da się dobrać, co raz więcej zbli-
żać się będziemy do prawdziwego pierwiastka, bo ilosci x_1-p i R mieć
będą jednolite znaki. Aby poznać czyli pierwiastki przybliżona wartość p
jest większa lub mniejsza niż prawdziwy pierwiastek, uwarimy się wtedy w zro-
wnaniu $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)(\dots)(x-x_n) = 0$ podstawimy p ,
prawdziwą wartość $p+\alpha$ za x , otrzymamy
 $(\alpha+p-x_1)(\alpha+p-x_2)(\alpha+p-x_3)(\alpha+p-x_4)(\dots) = 0$

Wtedy pier-
wiastki w sp-
nie uwarimy
za wielkie,

gdzie $p-x_1, p-x_2, p-x_3, \dots, p-x_n$ są albo w zupełności dodatnie albo w zupełności
ujemne podług tego jak p większe lub mniejsze jest niż prawdziwy pierwiastek.
Któw. W pierwszym przypadku, wykonawszy ostateczną próbną
mnożenie i uśrednianie według potęg α , będzie to równanie mieć
same następstwa znaków; w drugim zaś same przeciwny znaków: t.j.
po potężeniu $p+\alpha$ za x , wypadkowe równanie mieć będzie albo same
pierwiastki ujemne, albo też same dodatnie. Ażeby więc uśrednić, pnie-
 $p-x_1, p-x_2, p-x_3, p-x_4, \dots$ zatem uśrednimy w pierwszym przy-
padku p jest mniejsze, a w drugim większe niż prawdziwy pierwiastek
któw x_1, x_2, x_3, \dots

Skoro więc potężymy w $f(x)$ p za x t.j. pierwiastki przybliżone, wa-
żność, zaraz rozpocznie można się znaków wielomianu $f(x)$ czyli sp-
sob Newtona z pewnością, ażeby być może. Jeżeli jednak równanie
 $f(x)=0$ ma i pierwiastki urojone, natenczas nie tak jest łatwo zapewnić
się czyli prawdziwego sposobu iży można, lub nie. Sposób Lagrange'a

§ 28. Lagrange wybrałby się do ostatniej sposobu, rozwiązania równan
liczbowych przez Newtona podanego, nauczyl paratem innego sposobu
prawego. Ten jest sposobem, raz dla się, na wypracowanie pierwiastka, który
obraczając ujemny, przez ujemne cięży a to następującym sposobem.
Umieemy znaleźć dwie całkowite linij pomiędzy sobą, które szukamy pier-
wiastka przypadku. Ponieważ z pomocy, spełnienia granie prawe przy-
chodimy do samiznizacji pierwiastka między dwiema całkowitymi linijami
różniąc się tylko o jedność, niechże więc dla pewnego pierwiastka
na równaniu $f(x)=0$, temi dwiema linijkami będą K_0 i K_0+1 ,
gdzie potężymy możemy, szukamy pierwiastek $x = K_0 + \frac{1}{x_1}$ gdzie oczywiście
 $x_1 > 1$, bo to co bierze linie K_0 do prawdziwego pierwiastka jest p-
wno ujemnym potęgiem. Potężymy w danym równaniu powypie-
rzo wartość x i uśrednimy wielomian, równania według potęg maleją-
cych lub rosnących ilości x_1 , otrzymamy nowe równanie $f(x_1)=0$ o któ-
rem z pewnością, wiemy że ma jeden pierwiastek dodatni
i większy od 1 według powyższego. Szukając znowu dwóch linij różni-
cych się tylko o 1 pomiędzy sobą, które przypadają na pierwiastek, uwarimy
je przez K_1 i K_1+1 , tedy potężymy możemy $x_1 = K_1 + \frac{1}{x_2}$ gdzie x_2 także jest co-
myślnym $x_2 > 1$. A skoro wartość x , potężymy w równaniu $f(x)=0$

i upon zdujemy uśrednij x_1 , otrzymamy równanie $f(x_2)=0$. Które ma
 będzie z pewnością pierwiastek przybliżony jeden dodatni i wiążący od
 1. Które znowu dwie całości i jedną różnicę się liczy, ponieważ która
 ten pierwiastek przypada między k_2 i k_2+1 , tedy będzie $x_2 = k_2 + \frac{1}{x_3}$. Za pomocą
 potężenia tej wartości w ostatnim równaniu, znajdziemy drugi samą drogą
 $x_3 = k_3 + \frac{1}{x_4}$. Także jednym i tym samym trybem postępujemy, jasne jest
 że następne otrzymujemy wartości $x_4 = k_4 + \frac{1}{x_5}$, $x_5 = k_5 + \frac{1}{x_6}$,
 $x_6 = k_6 + \frac{1}{x_7}$ i t. d. A więc teraz do wartości x , i stądże następne
 wartości x_1, x_2, x_3, \dots znajdziemy

$$x_2 = k_0 + \frac{1}{k_1 + \frac{1}{k_2 + \frac{1}{k_3 + \frac{1}{k_4 + \dots}}}}$$

t.j. znajdziemy pierwiastek szukany rozmieszczony na atomach ułty. Ten więc
 jest uśredniony Arytmetyczny, otrzymamy wartości przybliżone racjonalne
 pierwiastka, których już wiadomo więcej, można je do dokładności
 i wiążące będzie my, która jego uśrednia jest pewna. W razie potrzeby pier-
 wiastka w innych uśrednieniach, możemy być pewni, że do tego pomysłu po-
 ryczenia równania, przypuści należy. Przykład nam to już już pro-
 je. Także możemy mieć równanie na którym doświadczeniśmy rozwią-
 zania Newtona, t.j. równanie $f(x) = x^3 + 8x^2 + 6x - 759 = 0$. Ponieważ
 wiemy o powołanym niżej, że dodatni pierwiastek tego równania
 przypada między 2 i 3, zatem znajdziemy $x = 2 + \frac{1}{x_1}$. Popiszemy 2 na
 inośi tak $x = \frac{1}{x_1} + 2$, podstawienie uśrednia się spróbem w 59 uśred-
 nym t.j.

$$\begin{array}{r} 1 + 8 + 6 - 759 \\ 2) 1 + 10 + 26 - 239 \\ 1 + 12 + 50 \\ 1 + 14 \end{array}$$

Wypadając pnie do zastawienia równanie jest $\frac{1}{x_1^3} + \frac{14}{x_1^2} + \frac{50}{x_1} - 239 = 0$
 albo według §24, gdzie spulchnię granie nieprzek pierwiastków,

$$f(x_1) = 239x_1^3 - 50x_1^2 - 14x_1 - 1 = 0$$

Które będzie tu znowu najprościej spróbem dwóch liczb pomiędzy które pierwi-
 stek dodatni tego równania przypada, a. racjonalne próbowanie, robiąc
 tylko polichim rachunek, znajdziemy że ten pierwiastek przypada między
 2 i 3, i x_1 , zatem $x_1 = 2 + \frac{1}{x_2}$. Także wartości postępujemy, zapisując już z po-
 wry, znajdziemy:

$$f(x_2) = \frac{239}{x_2^3} + \frac{234}{x_2^2} + \frac{728}{x_2} - 378 = 0$$

$$\text{albo } f(x_2) = 378x_2^3 - 728x_2^2 - 234x_2 - 239 = 0$$

Potężąc znowu, znajdziemy że pierwiastek dodatni tego równania wiąż-
 od 1 przypada między 2 i 3, gdyż dla tych dwóch podstawień wypadł mi
 znaki przeciwny. Stądże wiążąc ostatnim równaniem $x_2 = 2 + \frac{1}{x_3}$, otrzy-
 mamy następne przybliżone równanie

$$f(x_3) = 1995x_3^3 - 69x_3^2 - 154x_3 - 378 = 0$$

Latwo tu znajdziemy że pierwiastek tego równania dodatni i wiążący od 1, przy-
 pada pomiędzy 1 i 2, zatem stądże $x_3 = 1 + \frac{1}{x_4}$, znajdziemy następne przybliżone
 równanie $f(x_4) = 613x_4^3 - 3665x_4^2 - 5295x_4 - 1995 = 0$

Którego pierwiastek dodatni i wiążący od 1 przypada między 6 i 7. Potężąc
 uśredni $x_4 = 6 + \frac{1}{x_5}$, znajdziemy, sawfu będzie samą drogą

$$f(x_5) = 11697x_5^3 - 24129x_5^2 - 7969x_5 - 613 = 0$$

Którego pierwiastek przypada między 2 i 3, potężąc pnie do można $x_5 = 2 + \frac{1}{x_6}$
 Atomach ułty, w którym otrzymamy szukany pierwiastek po przekształceniu
 dotychczasowych, będzie

$$x = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2 + \dots}}}}}$$

Który zainicjujemy znajdziemy przybliżone wartości pierwiastka

$\frac{2}{1}, \frac{5}{2}, \frac{12}{5}, \frac{17}{7}, \frac{114}{47}, \frac{245}{101}$ których już wiadomo kiedy nastąpi, pna daje pierwiastek bardziej do prawdziwego zbliżony. Ostatecznie z nich jest $\frac{245}{101} = 2.425711...$ Ta wartość pierwiastka przy 2 otrzymamy w § 26 mnożymy się nie jest dokładny, w interesach cyfrach dziesiętnych 4.

Ła drugi przykład możemy z równaniem z poprzedniego §

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x + 17 = 0$$

Którego pierwiastek odjemny przypada, już wiemy, między 0 i 1. Ale i tu nie mieć do ograniczenia z odjemnym, ale dodatnim pierwiastkiem, na przykładzie § 5. mamy równanie

$$f(x) = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x - 17 = 0$$

Którego najmniejszy pierwiastek będzie dodatnim i przypada także pomiędzy 0 i 1. Którego przy więc $x = 0 + \frac{1}{x_1}$ znajdziemy

$$f(x_1) = 17x_1^5 - 15x_1^4 - 10x_1^3 - 10x_1^2 - 5x_1 - 1 = 0$$

Tę równanie pierwiastek dodatni wystąpi od 1 przypada między 1 i 2, jeżeli wkładamy $x_1 = 1 + \frac{1}{x_2}$ znajdziemy

$$f(x_2) = 24x_2^5 + 30x_2^4 - 40x_2^3 - 106x_2^2 - 70x_2 - 17 = 0.$$

Tę równanie pierwiastek dodatni i wystąpi nie 1 przypada między 1 i 2, którego przy zatem $x_2 = 1 + \frac{1}{x_3}$ otrzymamy

$$f(x_3) = 173x_3^5 + 150x_3^4 - 200x_3^3 - 320x_3^2 - 150x_3 - 24 = 0$$

gdyż znów wkładamy $x_3 = 1 + \frac{1}{x_4}$ otrzymamy nowe równanie

$$f(x_4) = 371x_4^5 - 75x_4^4 - 1710x_4^3 - 2120x_4^2 - 1015x_4 - 173 = 0$$

Którego pierwiastek, o jakim tu mówimy, przypada między 2 i 3. Którego przy więc $x_4 = 2 + \frac{1}{x_5}$ następuje równanie

$$f(x_5) = 13691x_5^5 + 2735x_5^4 - 15500x_5^3 - 12530x_5^2 - 3635x_5 - 371 = 0$$

a pierwiastek jego przypada między 1 i 2. Wkładamy dalej $x_5 = 1 + \frac{1}{x_6}$ nowe równanie będzie

$$f(x_6) = 15610x_6^5 - 4200x_6^4 - 94290x_6^3 - 132350x_6^2 - 71190x_6 - 13691 = 0$$

a jego pierwiastek przypada między 3 i 4, jeżeli $x_6 = 3 + \frac{1}{x_7}$ i t. d.

Wracając teraz do wartości x , znajdziemy

$$x = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \text{i t. d.}}}}}}}$$

Wartości proste tego atomu są $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{7}{11}, \frac{26}{41}$ i t. d.

Ostatecznie wartość $\frac{26}{41} = 0.634...$ daje pierwiastek dokładny tylko w trzech cyfrach. Chyba go może mieć w więcej cyfrach, jeżeli będziemy powiększać generację, ponieważ jest to dalsze do miarowania atomu. Przemyśleć i obliczyć nie przedkładać, abyśmy do prawdziwej wartości.

Wzimy jeszcze jeden przykład. Przekształćmy pierwiastek równanie.

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 57x - 94 = 0$$

Granice pierwiastków dodatnich jest tutaj 5 t. j. dodatnie pierwiastki nie jeżeli wprost nie, jeżeli, być między 0 i 5. Podstawiając więc wprost granice wykaże, że byłoby między 3 i 4 być jeden pierwiastek, którego przy więc $x = 3 + \frac{1}{x_1}$ znajdziemy

$$f(x_1) = 4x_1^3 - 12x_1^2 + 3x_1 - 1 = 0 \quad \text{Wkładamy tu } x_1 = 2 + \frac{1}{x_2}$$

$$f(x_2) = 11x_2^3 - 3x_2^2 - 12x_2 - 11 = 0 \quad \dots \quad x_2 = 1 + \frac{1}{x_3}$$

$$f(x_3) = 8x_3^3 - 15x_3^2 - 30x_3 - 11 = 0 \quad \dots \quad x_3 = 3 + \frac{1}{x_4}$$

$$f(x_4) = 20x_4^3 - 96x_4^2 - 57x_4 - 8 = 0 \quad \dots \quad x_4 = 5 + \frac{1}{x_5}$$

$$f(x_5) = 193x_5^3 - 483x_5^2 - 204x_5 - 20 = 0 \quad \dots \quad x_5 = 2 + \frac{1}{x_6}$$

$$f(x_6) = 816x_6^3 - 180x_6^2 - 675x_6 - 193 = 0 \quad \dots \quad x_6 = 1 + \frac{1}{x_7}$$

$$f(x_7) = 232x_7^3 - 147x_7^2 - 2268x_7 - 816 = 0 \quad \dots \quad x_7 = 7 + \frac{1}{x_8}$$

$$f(x_8) = 6353x_8^3 - 12054x_8^2 - 3459x_8 - 232 = 0 \quad \dots \quad x_8 = \text{i t. d.}$$

Przybliżony pierwiastek który szukamy, a rozwiązany na atomach ciągły, jest:

Przekraczaś on więcej granic, niż w celu lepszego wyjaśnienia poprzedniego pojęcia
swania, nie widzi, potrzebny, bo postrzeganie to uważam za bardzo jęzne.

§30. Kamieński sposobił Newtona lub Lagranżia, uchwala się, iż piersi ożyło i z baro-
dobrym skutkiem tak narwanego sposobu regidy fat przywego ratowania, który nie
wymaga już innych od Newtonowego wariantów, ma jednak nie jako wyprosić
nim, że uwytyłym być może nawet w próbach nauki, pociągających. Chęć tu po-
wzięć tej regidy, może, na przykład, uchwala się, iż przy pomocy na cieniu, nie-
ratują, regidy fat przywego ratowania.

[illegible]

~~Chodzi o nie~~ ^(Błąd) ~~nie doputniać~~ ~~i nie szukać błędów~~, a ostatni wypadek polaryzacji
miał ^{Błąd} błąd, który jest i pod sławianą, że nie znamy ilości narywany ratorien
faktycznej, wypadek z pod sławie mia. Błędny, a raczej różnica od prawdziwego
jaki otymać powinienśmy, narzuca się błędem wypadku stałowi ratorienia.
Otoż w nauce o proporcjach ustron albo raczej podawano prawdziwość na wszelkie
nie prawdziwej wartości ilości mierzonej następujące: błąd ratorienia ma być
błądem wypadku w stosunku prostym jako prawdziwa wartość mierzonej dr. praw.
drzewo wypadku, a z tej proporcji znajduje prawdziwą wartość mierzoną

[illegible]

~~$$\frac{x+210}{2} = \frac{x}{1} \text{ albo } x+210 = x \text{ luego } 2x = 210 \text{ lub narazie } x = 105$$~~

która pętla jest prawdziwa, bo $\frac{1}{3} \cdot 105 + \frac{1}{3} \cdot 105 + \frac{1}{3} \cdot 105 = 11$.
Ostateczną propozycję można też tak napisać: $\frac{x-110}{x} = -\frac{11}{11} = -1$, bo jeśli
admissionie miejsc wywarom średnim, a wy stawie: $\frac{x-110}{x} = -1$, to
prawdziwej pętli jak $\frac{x-110}{x} = -1$ prawdziwego wypadku.

W rezultacie podważonego fatalistycznego założenia, robi się dwa zupełnie nowe przesłanki
podobieństwa założenia i posługujemy się z tym samym jak powyżej z pojęciem orem założenia
nie ma, ujęciem ułożenia się następnie proponujemy: Wtedy wypadków ^{gdybyśmy} możemy do siebie w stosunku proszym tylko założenia. Tak up ^{gdybyśmy} z pewnych warunków
^{chcieli} znaleźć rozdział liczb. Prz robimy pierwsze założenie przyjmujemy przewidy
liczb S₁, a odbywamy z nią działania w wzajemnych wymaganiach, otrzymujemy wy
padek B₁, zamiast P, robimy więcej drugie założenie liczb S₂ i po wykonal
ni z nią działan, otrzymujemy B₂ zamiast P. Oznaczymy przez X przewidy nowy
warunek funkcyj liczb, licz X-S₁ i X-S₂ będą tyldami założenia zas P-B₁ i
P-B₂ odpowiadające tyldy wypadków; prze do według podanego wy przewidy przewidy
tyldy proponujemy $\frac{X-S_1}{X-S_2} = \frac{P-B_1}{P-B_2}$ z który znajdujemy warunek X.

Tej ostatniej propozycji dla zmaterializowania X można dalszo wygodniej posłużyć się, mianowicie: wiadomo, że nauka o proporcjach, że różnica dwóch pierwszych wyrazów tej serii ma do proporcjonalnego jak różnica dwóch drugich do proporcjonalnego, mianowicie:

$$\frac{(x-s_1)-(x-s_2)}{x-s_1} = \frac{(P-B_1)-(P-B_2)}{P-B_1}$$
 czyli:

$$\frac{s_1-s_2}{x-s_1} = \frac{B_2-B_1}{P-B_1}$$
 albo:

$$\frac{x-s_1}{s_2-s_1} = \frac{P-B_1}{B_2-B_1}$$
 która propozycja, uwzględniona, brzmie: blisko pierwszego złączenia masy do różnicy obu założeń, jak blisko pierwszego wypadku do różnicy obu wypadków, biorze wpływ różnice w symie fałszywym przeliczeń, t.j.

$$\frac{x-s_1}{s_2-s_1} = \frac{P-B_1}{(P-B_1)-(P-B_2)}$$

7 Gdybyśmy a teli jeszcze więcej cyfer pewnych potrzebowali
nie pisaliśmy, tedy przy obceniu zbliżeniu już nie potrzebuje-
my tych poroczeń które do tej chwili uwaliliśmy, ale postępujemy
następującym sposobem aby znaleźć dalsze mianowniki
atomów ciągłego. Z ostatniego równania i dwóch warunków
przybliżonych, rachujemy dokładnie X . Na ten koniec mamy:

$$\frac{A}{B} = \frac{10184}{3029}, \frac{C}{D} = \frac{65885}{19596}, a_n = 65861, a_{n-1} = -169740, \text{ gdzie}$$

$$X = 2 \cdot \frac{3029}{19596} + \frac{169740}{65861} = \frac{3029}{9798} + \frac{169740}{65861} = \frac{1862605489}{645366678}$$

Ten ostatni atomek samienia już nie ciągły, znajdziemy
mniejsze dalsze mianowniki

2, 1, 7, 1, 4, 18, 1, 5, 1, 3, 19 i 4-d tak że prawdziwy

2 przychodzi nad powyższą wartość $\frac{65885}{19596}$. Przy pomocy
tych mianowników, otrzymamy coraz dalsze a zatem więcej
blisko prawdziwego pierwiastka zbliżone wartości

= Tak np. pyta się kto jako to jest liirka. Ułórej ~~potrzeba~~
 pięta i siódma części razem wynosi 355. 2. Pyta się,
 wpytać dowolne, liirki o których jest pytanie, a których ~~statystyka~~
 przez orientację do liirki a się wyrażnie tak ilużytu do liirki
 dwie pierwsze proz 3, 5 i 7, np. liirki 420, odlegają się
 a liirki wpytane w pytanie orientacji jak następuje
 $\frac{1}{2}$ liirki 420 jest 140, $\frac{1}{3}$ jest 84 a $\frac{1}{7}$ jest 60. Sumarycznie
 $140 + 84 + 60 = 284$ zamiast 355. Tu liirka 420 jest statystyką
 w tym potozemieniu a 284 statystyką wypadkiem. Oznaczymy
 prawdziwą piątą liirki proz x , liirki $x - 420$ bledem odore,
 nie, zaś $355 - 284 = 71$ bledem wypadku, proz widoczny
 powołanego prawdziwa liirki

$$\frac{x - 420}{71} = \frac{x}{355} \text{ albo } \frac{x - 420}{x} = \frac{71}{355}$$

$$\text{albo } \frac{420}{x} = \frac{284}{355} \text{ albo } \frac{105}{x} = \frac{71}{355} \text{ przez } x = 525$$

Która liirka jest prawdziwą, bo jej $\frac{1}{2}$ części jest 175, $\frac{1}{3}$ części 105 a
 $\frac{1}{7}$ jest 75 zaś $175 + 105 + 75 = 355$ jak iżano

Reguła fałszywego zatorzenia daje w tedy syłko prawdziwą wartość ilości nieznanej, gdy zagadnięcie nie prowadzi do równania pierwszego stopnia i wtedy obajstrze jest nieoznaczona, jak się łatwo przekonuje od fałszywego zatorzenia. Wskazywano inna, przynajmniej, regułę, którą przynajmniej nie się zapomni, ona przybliżoną wartość szukanej liczby i wtedy przeliczając bardzo jest wygodną do przybliżonego zatorzenia szukanej liczby. Gdyby jednak w równaniu pierwszego stopnia nieznana ilość zawierała się, to można by było, w tedy za użyciem reguły fałszywego zatorzenia otrzymać, że nie prawdziwą, ale syłko przybliżoną wartość tej nieznanej.

Szadzę, że to użyczenie, ku o. regule fałszywego zatorzenia będzie mi bardzo, nie, bo rozumiałem i przynajmniej na pamięć to co już dawno zapomniałem, rozstrzygnę, tem lepiej objaśnię, użyciem, że to co następuje.

§ 31. Użycie fałszywego zatorzenia w równaniu pierwszego stopnia

$F(x) = ax^2 + bx^3 + cx^4 + dx^5 + \dots = 0$
Pierwszy raz $x = S_1$, a drugi raz $x = S_2$. Dajmy, że wypadki tych podstawień są różnymi, zero otrzymujemy B_1 i B_2 tedy, bądź, łatwo znowu $x = p$, że S_1 albo S_2 tem bliżej będzie prawdziwej wartości p , im wyżej B_1 lub B_2 bliżej zero, tudzież, że $S_1 - p$ i $S_2 - p$ będą różnicami podstawień, lub, jak poprzednio nazwatem, zatorzeń, zaś B_1 i B_2 będą różnicami wypadków, jeżeli S_1 i S_2 są już bliżej wartości p i w tym razie, od nich różnica, nie to będą różnice $S_1 - p$ i $S_2 - p$, albo nie mają, jeżeli S_1 i S_2 są dalej, to będą, jak mawiam, fałszywe, syłko nie bierze, zatorzenia, że, drugie i w piśmie ich, potężni opisać, będzie można. Potężni, twierdzą, wartości, że, S_1 i S_2 otrzymamy

Falszywe praw.
Dziwne, nieprawd.
Wiem, niech, będą

$$\begin{aligned} ap^2 + bp^3 + cp^4 + dp^5 + \dots &= 0 \text{ bo } p \text{ jest prawdziwym} \\ aS_1^2 + bS_1^3 + cS_1^4 + dS_1^5 + \dots &= B_1 \\ aS_2^2 + bS_2^3 + cS_2^4 + dS_2^5 + \dots &= B_2 \end{aligned}$$

Pierwsze z tych równań odjąwszy od drugiego, otrzymamy:
 $a(S_1^2 - p^2) + b(S_1^3 - p^3) + c(S_1^4 - p^4) + d(S_1^5 - p^5) + \dots = B_1 - B_2$
 $a(S_2^2 - p^2) + b(S_2^3 - p^3) + c(S_2^4 - p^4) + d(S_2^5 - p^5) + \dots = B_2 - B_1$

Potężni, $S_1 - p = q_1$ a $S_2 - p = q_2$ będą q_1 i q_2 różnicami zatorzeń. Ponieważ $S_1 = p + q_1$, $S_2 = p + q_2$, tedy, bądź, że q_1 i q_2 są małymi i że drugie i w piśmie, potężni ich opisać, można, mieć, będziemy

$$\begin{aligned} S_1^2 &= (p + q_1)^2 = p^2 + 2pq_1 + q_1^2, \quad S_1^3 = p^3 + 3p^2q_1 + 3pq_1^2 + q_1^3, \quad S_1^4 = p^4 + 4p^3q_1 + 6p^2q_1^2 + 4pq_1^3 + q_1^4 \text{ i t.d.} \\ S_2^2 &= (p + q_2)^2 = p^2 + 2pq_2 + q_2^2, \quad S_2^3 = p^3 + 3p^2q_2 + 3pq_2^2 + q_2^3, \quad S_2^4 = p^4 + 4p^3q_2 + 6p^2q_2^2 + 4pq_2^3 + q_2^4 \text{ i t.d.} \end{aligned}$$

zatem $S_1^2 - p^2 = 2pq_1 + q_1^2$, $S_1^3 - p^3 = 3p^2q_1 + 3pq_1^2 + q_1^3$, $S_1^4 - p^4 = 4p^3q_1 + 6p^2q_1^2 + 4pq_1^3 + q_1^4$ i t.d.
 $S_2^2 - p^2 = 2pq_2 + q_2^2$, $S_2^3 - p^3 = 3p^2q_2 + 3pq_2^2 + q_2^3$, $S_2^4 - p^4 = 4p^3q_2 + 6p^2q_2^2 + 4pq_2^3 + q_2^4$ i t.d.

Te wartości dwumianów potężni, w dwóch ostatnich równaniach, znajdziemy
 $(2apq_1 + bq_1^2 + 3ap^2q_2 + 3bpq_2^2 + 4ap^3q_3 + 6ap^2q_3^2 + 4apq_3^3 + q_3^4)q_1 = B_1 - B_2$
 $(2apq_2 + bq_2^2 + 3ap^2q_1 + 3bpq_1^2 + 4ap^3q_1 + 6ap^2q_1^2 + 4apq_1^3 + q_1^4)q_2 = B_2 - B_1$

Dzielimy te równania przez siebie, otrzymamy, namierze $\frac{q_1}{q_2} = \frac{B_1 - B_2}{B_2 - B_1}$.
Z tej proporcji wyłamy, że w poprzednim § jako prawdziwo, podane w dawnych Arystotelich, przynajmniej, że, będą, podstawień, czyli zatorzeń, są, na, stosunku, prostym, różnicami, wypadków. Potężni, że q_1 i q_2 ich wartości, będą $\frac{S_1 - p}{S_2 - p} = \frac{B_1 - B_2}{B_2 - B_1}$ zatem $B_2 S_1 - B_1 S_2 = B_1 S_2 - B_2 S_1$ zatem

$$p = \frac{B_1 S_2 - B_2 S_1}{B_1 - B_2} \text{ albo } p = \frac{B_2 S_1 - B_1 S_2}{B_2 - B_1}$$

Użytkownik, może, nazwać, to, zatorzenie, $p = \frac{B_2(S_1 - S_2)}{B_1 - B_2}$
a z drugiego $p = S_1 - \frac{B_1(S_2 - S_1)}{B_2 - B_1}$
Oba wyrażenia, daje, być, fałszywe, przybliżoną, wartość, pierwszego, p .
Znając, przy, wartości, p przybliżoną, użyciem, że, jej, do, drugiego, zatorzenia, że, bierze, że, za, S_1 lub S_2 i postępując, że, coraz, dalej, być, fałszywe, drożej, depolu, że, nie, otrzymać, pierwszą, miastem.

pierwiastka tak blisko prawdziwego jak potrzeba wymaga.
 W przykłąd tego postępowania możemy zastosować z § 28 wzięte w sposób
 Lagrange'a A. j. równanie $x^3 - 12x^2 + 57x - 94 = 0$. Tam zaledwieśmy jego pier-
 wiastki 3'3621659... w przedm cyfrach do trzeciej, pomimo tu wzięty $S_1 = 3'3$
 a $S_2 = 3'4$. Robiąc postępowanie podobne w § 8 wskazany, znajdziemy
 $B_1 = -0'643$, $B_2 = +0'384$, pomimo $p = S_2 - \frac{B_2(S_1 - S_2)}{B_1 - B_2} = 3'4 - 0'037 = 3'363$.
 Wziwamy dalej $S_1 = 3'362$ a $S_2 = 3'363$, znajdziemy $B_1 = -0'001694$,
 $B_2 = +0'008525$, pomimo $\frac{B_2(S_1 - S_2)}{B_1 - B_2} = +0'0008343$ a następnie
 $p = 3'363 - 0'0008343 = 3'3621657$ t. j. przybliżenie już w siódmej cy-
 frze zupełnie dokładne.
 Teraz bierzmy podobnie $S_1 = 3'3621659$ a $S_2 = 3'3621659$ i małe bierzmy
 $B_1 = -0'000001505026$ a $B_2 = +0'000002482977$, gdyż $S_1 - S_2 = 0'0000001$
 pomimo $\frac{B_2(S_1 - S_2)}{B_1 - B_2} = +0'00000008062$ a następnie 242946
 $p = 3'3621659 + 0'00000008062 = 3'36216598062$

i. A. d.
 W ten sposób możemy dobrać do dowolnego pierwiastka racjonalnego z pomocą
 sposobu Lagrange'a, że jego prawdziwa cyfra jest zupełnie prawdziwa.
 Ponieważ na poprzednim przykładzie dla wspomnianego rezultatu fałszywego założenia
 cyfry, które były może, to równania, powstały, takim samym, chociażby i den-
 dro prosty przykład. Niekiedy potrzeba do równania $x^2 = 5$ znaleźć wartości
 x , który prawdziwy $x \log x = \log 5$ czyli $x \log x = 0'6989700$ czyli $x \log x = 0'6989700$ o p-
 to się nie da znaleźć, a $x = 2$ potorywpy $x = 2$, znajdziemy wypadek
 -1 ; potorywpy zaś $x = 3$, znajdziemy na wypadku $+22$; widzimy więc, że wa-
 rności x czyli pierwiastek tego równania leży między 2 i 3 i to nieskończenie
 bliżej niż 2 niż 3, to pierwszy wypadek daliśmy bliższym jest zero niż drugi.
 Napisałyśmy dane równanie następnie $x \log x = \log 5$ czyli $x \log x - \log 5 = 0$
 lub napiszmy $x \log x - 0'6989700 = 0$, potorywpy tu ($S_1 = 2'1$ a ($S_2 = 2'2$, który znowy
 znajdziemy $B_1 = -0'0223095$, $B_2 = +0'0543599$; pomimo $S_1 - S_2 = 0'1$ zatem
 $\frac{B_2(S_1 - S_2)}{B_1 - B_2} = \frac{-0'00543599}{-0'0766694} = +0'071$, pomimo $p = 2'2 - 0'071 = 2'129$
 Potorywpy powtórę $S_1 = 2'129$, $S_2 = 2'130$, znajdziemy $B_1 = -0'0062839$
 $B_2 = +0'0004785$. Ale $S_1 - S_2 = -0'001$, więc $\frac{B_2(S_1 - S_2)}{B_1 - B_2} = \frac{-0'0000064785}{-0'0062839} = +0'000628$
 a następnie bliższą wartość prawdziwego pierwiastka $p = 2'130 - 0'000628 = 2'129372$.

§ 32. Czwarty z znanych sposobów rozwiązywania równań liczbowych słynny
 wypróbowany o jedną nieznany, jest Francuza Budana, podany przez niego
 w r. 1807. Polega on na przemienianiu danego równania na inne a do-
 nemu równe, które będą nieznane i losy były $x-1$, $x-2$, $x-3$, ..., $x-p$ gdzie
 p może być liczbą całkowitą, lub ułamkiem, dodatnią lub ujemną. Dla-
 utatwienia tego sposobu, miało być do ob-
 ków przerobionego równania, wprowadzić (algoritm) nie-
 cy więcej działań arytmetycznych jak dodawania i odjmowania.
 Algoritm ten, zaliczany przez niektórych do arytmetyki sumowania, gdzie
 współczynnik danego równania jest przegięciem pierwiastka, z którego
 wyprowadza się sumowy pierwszy, a tego sumowy drugi współczynnik
 sumy, wyraz, dalej z tego ostatniego sumowy trzeci współczynnik
 wyraz i t. d. aż przyjdzie do pierwszego wyrazu. Ostateczny wyraz
 przegięty współczynnik równania przerobionego. Niekiedy bierze-
 równanie dane $x^3 - 5x^2 + x + 7 = 0$. Szukając współczynników równania
 tego nieznany jest $x-1$ zamiast x , mamy:

współczynnik równania	-1	-5	+1	+7
przegię sumowy pierwszy	1	-4	-3	+4
przegię sumowy drugi	1	-3	-6	
przegię sumowy trzeci	1	-2		
przegię sumowy czwarty	1			

współczynnikami przed równaniem pierobionego są, licby 1, -2, -6, +4
tak że $(x-1)^3 - 2(x-1)^2 - 6(x-1) + 4 = x^3 - 5x^2 + x + 7$.

Jeżeliśmy mieli równanie dane pierobii na inne któregoś nieznanej bytu
 $x-2$, długi ze współczynnikami ostatniego pierobionego postąpić tak jak,
można jak postąpiliśmy ze współczynnikami danego; znajdziemy bowiem

$$\begin{array}{r} \text{współczynników równania} \quad 1 \quad -2 \quad -6 \quad +4 \\ \text{znajdziemy} \quad - \quad - \quad - \quad - \\ 1 \quad -1 \quad -7 \quad -3 \\ 1 \quad 0 \quad -7 \\ 1 \quad +1 \end{array}$$

a pierobione równanie $(x-2)^3 + (x-2)^2 - 7(x-2) - 3 = x^3 - 5x^2 + x + 7$

(Dalej znajdziemy tej samej drogi równanie którego nieznanej będzie $x-3$

następnym sposobem:

$$\begin{array}{r} 1 \quad +1 \quad -7 \quad -3 \\ 1 \quad +2 \quad -5 \quad -8 \\ 1 \quad +3 \quad -2 \\ 1 \quad +4 \end{array}$$

A.j. równanie $(x-3)^3 + 4(x-3)^2 - 2(x-3) - 8 = x^3 - 5x^2 + x + 7$

i t.d.

Choćby w danym równaniu bralcowało jednego lub więcej wyrazów, do ro-
chowania przystąpić musimy, zastąpić potrzeba ich współczynnikami zerami.

Jeżeliśmy w tym się bawili nad tym sposobem postępowania, dostrze-
żemy że algorytm pana Budana wzięty wychodzi nie do faktu co się
wystrykało w §9, ale tylko równie, że sam zawiera pierobionych, rów-
nia pierobii z nieznannymi $x-1, x-2, x-3, \dots$ pisaliśmy je zawsze nie-
znanej x , ale jako mówiliśmy że pierobionego pierobio-
nia są, o 1, 2, 3, ... mniejsze niż ratowanego, co było rzeczywiście i
z pierobienia Budana wypada. Algorytm naučit w powyższym §9
pewnym przedziw prowadzi do celu niż ten tu, chociaż sam wzięty jest
przez potrzebę trzeciego działania A.j. mnożenia.

Około jeżeli w równaniu Budana, którego nieznana jest $x-p$
ostatni wyraz będzie zero, +p będzie pierobionym równania. W po-
stępowaniu tym §9, widzieliśmy że jeżeli zmniejszymy pierobionego
ratowanego równania o p, otrzymamy ostatni wyraz pierobionego
równania zero, liczbę p o której się pierobionego zmniejsza jest pier-
wiosłkiem równania.

Mozna też szukać pierobionych równań nie tylko na nieznanej
 $x+1, x+2, x+3, \dots, x+p$, w takim wypadku na nasz rachunek powie,

Wpisanie pierobionych danego równania o 1, 2, 3, ... p.

Tym sposobem Budana odkryjemy się w przyszłości pierobionych, co-
kolwiek, a w ogólności wymienne i równe, skoro są p które będziemy
i utomili. Dopóki do równania pierobionego z nieznanną $x-p$
w, którego w przyszłości współczynnikami są dodatnie, możemy się tu le-
pnie pierobienia a ostatnie wyrazu p: u nas w powyższym §9 wypadki
z pierobieniem 0, 1, 2, 3, ... i prościej pomiędzy którymi liczbami liczą
pierobionych dodatnie, bo o takich było się mowi; gdzie bowiem ostat-
nie wyrazu zmniejsza, czyli tam z prawości liczymy najmiej-
szy pierobionych. Liczbę p oznaczamy w przyszłości współczynnikami
pierobionego ostatniego równania, uważana jest, i jest rzeczywiście
najmniejszą granicą pierobionych dodatnich.

Żale się, problem z bliżej można, a nawet tej samej drogi do prawdziwego
pierobionych, ich nawiązując w dziełach, Nouvelle methode pour la resolution des
equations numeriques par Budan. Paris 1822. Co dla wielości pierobionych
sposób ten mało był dotychczas używany, dla czego i ja więcej o nim nie powiem.

Spizel Gräfzgo.

§33. Gräffes profesor w Turyku, odnosił się na zadanie ogólne geometryczne akademiji wiedeńskiej, podał w r. 1837 pismis nowym a bardzo genijalnym sposobem rozwiązanie równań liniowych drugiej stopnia. To jest co braciowie temu sposobowi do całkowitego rozwiązania w każdym przypadku i każdego równania, miażdżące są, co do samego a jednak prostego obliczenia pierwiastków urojonych, oraz ułatwienie poszukiwania pierwiastków bardzo blisko siebie leżących, a następnie sposób przybliżenia się do prawdziwych wartości pierwiastków. Tak jak było chcemy, podał w r. 1841 w ogólnym rozwiązaniu Gräffes s.p. Encke dyrektora Obserwatorium Astronomicznego Berlińskiego w piśmie "astronomisches Jahrbuch für 1841".

W piśmie „astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1780“
Jako by wprawdzie byłego prosteu jęz. dowiedzionem przez Gräffego słusz-
nienie, że, umieszczając dane, wyznaczenie prędkości na inne niż było by, przewidzieć
nie było, niepodobna przewidywać prędkości, że nie wypróbowano,
nie było przewidzianego, znalazł się można przewidzieć prędkości. Tym
sposobem obliczyć można, że, morabuzo, wyśledzić, przewidywać prędkości
Kół oraz ich natury, przewidywać, że, przewidywać, przewidywać, przewidywać
nie można, że, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać
a, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać
ani, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać
dowód, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać, przewidywać

Rozwiązanie prawdań, leżących, ma rozłożyć się na
oryginalną liniową i pierwiastkową; / z których przez mnożenie mu-
dry sobie otrzymamy, że pierwsza funkcja, przyraznie wielomianem pro-
wnania warowna, która dla pewnych wartości ilości mierzonych staje
się = 0. W liniowych oryginalach ilość anana nazywa się pierwiastkiem
Tę część oryginalu $x+a$, znana ilość a , za jaką już tu uważać potrzeba,
będzie pierwiastkiem. Nie możemy przeto na razie tego pierwiastka który
może być dodatni lub ujemny, uważać którego z oryginalów przed
prawygiem, zwłaszcza, jeżeli nam bawienie na analizie. Wypróbowany bawie
nie dane rozwiązanie, ma same pierwiastki dodatnie, według trywanego
wyrażenia się, to rozwiązanie miało by same gmeniczny, analizy, według
nas' berardnijego pomyślenia mieć będzie same ujemne analizy.

Jeżeli w poprzednim przykładzie danego trójkątowi
 odc. równoległe musieliśmy z ilorazem zstępującym $\frac{1}{2}$ powiększyć
 płacił $\frac{1}{2}$

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(\dots) = 0$$

$$f'(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(\dots) = 0$$

§ 55. wiadomo, że współczynnikami mnożąc różne potęgi nieznaney x , po zrezygnowaniu w nich ostatecznego mnożenia, są funkcjami trygonometrycznymi złożonemi według nauki o potęgach i ich potęgach. Pierwszą z nich jest elementarna uwarowana i brana, a po 1, 2, 3, 4 i t.d. że każdy współczynnik jest sumą podobnych potęg. W naszym przypadku, gdzie przyjęliśmy za pierwszą a, b, c, d, e, f, \dots jest to uwarowanie powiatowe wyżej paragrafu, $a+b+c+d+e+f+\dots$ jest współczynnikem drugiego wyrazu czyli współczynnikiem potęgi x^2 , współczynnikiem trzeciego wyrazu jest suma dwójek $ab+ac+ad+ae+af+\dots+bc+bd+be+\dots+cd+ce+cf+\dots$ współczynnikiem następnego wyrazu jest suma $abc+abd+abe+\dots+acd+ace+\dots$ zgotujmy więc

trojch z pierwiastków a, b, c, d, Współczynnik dalszego wyrazu
będzie sumą poprzednich, dalej piątek i t.d. i t.d. a w przyszłości potę-
żenie, bez powtóżenia. Oznaczamy teraz te różne sumy potęg
pocz. $\Sigma a, \Sigma ab, \Sigma abc, \Sigma abcd$ i t.d. z grzech głośno. Σ oznacza
wyraz sumy i w całej Matematyce prawie się używa w tym znaczeniu.
Jest używany, kiedy powypisze równanie po wypisanianiu mnożenia
i uporządkowaniu liczbomianu według malejących potęg ilości x
ponybień postać następującą:

$$x^n + \Sigma a x^{n-1} + \Sigma ab x^{n-2} + \Sigma abc x^{n-3} + \Sigma abcd x^{n-4} + \dots = 0$$

Z współczynników takiego równania można znaleźć wszystkie funk-
cyj. symetryczne i dlatego obraćować w liściach, lubo nam same
pierwiastki całkiem nieznane. Jeżeli więc ostatnie równanie pnie-
bimy na inne któreby pierwiastki były, wypoliciemy potęgami te,
gdy równania op. m. teni potęgami, będziemy też mogli obraćować
w liściach sumy $\Sigma a^n, \Sigma a^m b^n, \Sigma a^m b^m c^n, \Sigma a^m b^m c^m d^n$ i t.d.
t.j. będziemy mogli obraćować współczynników równania którego
pierwiastki są m. teni potęgami pierwiastków równania ratorionego,
a które będzie postać

$$x^n + \Sigma a^m x^{n-1} + \Sigma a^m b^m x^{n-2} + \Sigma a^m b^m c^m x^{n-3} + \dots = 0$$

gdzie potęga m wzięta być może do upodobania, np. 2, 3, 4.
Przyśrodku do takiego równania, obraćmy już z jego współ-
czynników, znajebie my pierwiastki a, b, c, d, Ponieważ z po-
czątku ratorionu nie w przyszłości pierwiastki są, rzetelne i między
sobą różne, tudzież, ponieważ nie mamy względu na ich rzetelność
tylko na liśćbową ich wartość, przepuścimy je.

a > b > c > d > e > f i t.d. t.j. że pierwiastek a jest najwięk-
szym, potem b, dalej c i t.d. Jeżeli m jest bardzo wielkiem, tedy
w równaniu $\Sigma a^m = a^m + b^m + c^m + d^m + e^m + f^m + \dots$ m. w porówna-
niu z e^m prawie zupełnie czyli opuszczeniem być może; też samo sta-
nie się z e^m w porównaniu z d^m , dalej z d^m w porównaniu z c^m , z c^m
w porównaniu z b^m a nareszcie z b^m w porównaniu z a^m , w nie-
trudno pojąć wliw przy sobie tylko trzy liście np. 4, 3, 2 i t.d.
z nich podniost przy tylko do potęgi np. 10⁴. (Lepiej będzie brać
 $4^{10} = 1048576, 3^{10} = 68049, 2^{10} = 1024$, z czego widzimy już nie-
zmierznie przódko że same potęgi liść o 1 tylko różniących się. Kie-
dy tak jest, więc przy m bardzo wielkiem, ostatnie równanie sta-
nie się na $\Sigma a^m = a^m$. Dla tej samej przyczyny następnym współ-
czynnik $\Sigma a^m b^m = a^m b^m + a^m c^m + \dots + b^m c^m + b^m d^m + \dots$ stanie się
na $\Sigma a^m b^m = a^m b^m$, i podobnie $\Sigma a^m b^m c^m = a^m b^m c^m$ i t.d.
Przy ujętym pnie, wnosząc potęgi m, powypisze równanie przy-
bień koniecznie będzie postać następującą:

$$x^n + a^m x^{n-1} + a^m b^m x^{n-2} + a^m b^m c^m x^{n-3} + a^m b^m c^m d^m x^{n-4} + \dots = 0$$

Mając tedy ostatniego równania współczynników obraćowane w li-
ściach, otrzymamy m. teni potęgi pierwiastków jak następuje
 $a^m, b^m = \frac{a^m b^m}{a^m}, c^m = \frac{a^m b^m c^m}{a^m b^m}, d^m = \frac{a^m b^m c^m d^m}{a^m b^m c^m}$, i t.d. a my
ciężew przy m. teni pierwiastki, otrzymamy pierwiastki równania
ratorionego.

(Lepiej tu będzie, wnosząc się zapyta, a jeżeli wiadzić, że potęga m jest

$$x^n + \sum a_m x^{n-1} + \sum a_m / m x^{n-2} + \dots = 0$$

Σε πρόταση $x^n + \sum a^m x^{n-1} + \sum a^m b^m x^{n-2} + \dots = 0$

[illegible][illegible]

Licząc nowe nachodzi pytanie, jakże wielomian, którego
 potęg, który pewnie, pociągając drogę, rachunek ten jest nie do wykonania? Oho
 Gräffe nawrót się do zrównania którego by pierwszy był tyły, wyśliczmi potęgę
 mi pierwszy był, zrównania danego, powyżej można stopniowo pociągając
 i, naprzykład zrównanie którego a powyżej pierwszy był gener a, b, c, d, \dots oznaczli
 na i one, którego by pierwszy był $a^p, b^p, c^p, d^p, \dots$ t.j. p^{temi} potęgami pierwszy
 dany pierwszy. To ostatnie zrównanie pociągając się znów, tymi sposobem na i one
 którego by pierwszy był tyły równier p^{temi} potęgami pierwszy był pociągając się
 dą one więc stopnia p². To ostatnie zrównanie otrzymamy t.j. fama, drogę pociągając
 pierwszy był tyły będą znów p^{temi} potęgami pociągając się t.j. będą p³ stopnia p³ pociągając
 pierwszy był danego zrównania. Tak dalej, a całe bywnie fama, sposobem pociągając
 więcej, otrzymamy na i one zrównanie którego pierwszy był tyły

ap	ap^2	ap^3	ap^4	ap^5	i. A. J.
bp	bp^2	bp^3	bp^4	bp^5	
cp	cp^2	cp^3	cp^4	cp^5	
dp	dp^2	dp^3	dp^4	dp^5	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	

[illegible]

$$x^n + \alpha_1 x^{n-1} + \alpha_2 x^{n-2} + \alpha_3 x^{n-3} + \alpha_4 x^{n-4} + \alpha_5 x^{n-5} + \dots + \alpha_n = 0$$

Którego pierwiastki są a, b, c, d, e, \dots , tedy, promiemyś do prośby namie powstają
jakiś pierwiastki z krytyczną linią wprost postaci $x+a, x+b, x+c, \dots$ i t.d.,
t.j. wiadomą tego, równania wypada z namacznego iloczynu

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)(x+e)(\dots) = 0$$

perpisy do tych oryginalnych X^2 do X , więc bierzemy

$$(x^2+a)/(x^2+b)/(x^2+c)/(x^2+d)/(x^2+e)/\dots = 0$$

$(x-a^2)(x-b^2)(x-c^2)(x-d^2)(x-e^2)(\dots = 0$

otrzymał niewielki dodatek, wzięty z prz...

potrzeba przemienne znaki wyraża w stopniach na miejscach granicy styku, na powierzchni
co na to, jako wychodzi, jak w ostatnim, w znaczeniu przemienne, w przyszłości znaki
— na +. To może, przeobrażenie, będzie

$$(x+a^2)(x+b^2)(x+c^2)(x+d^2)(x+e^2)\dots = 0$$

Knopkę znalazł pięćdziesiąt dwa razy, więc do celu wychodził 72 razy, jeżeli $p+q=0$, tożnie $p^2=q^2=0$. Próbowałem pisać dane mówianiami

$$x^{\frac{n}{2}} + x_2 x^{\frac{n-2}{2}} + x_4 x^{\frac{n-4}{2}} + x_6 x^{\frac{n-6}{2}} + x_8 x^{\frac{n-8}{2}} + x_{10} x^{\frac{n-10}{2}} + \dots$$

$$\text{wie } x_1 x^{\frac{n-1}{2}} + x_3 x^{\frac{n-3}{2}} + x_5 x^{\frac{n-5}{2}} + x_7 x^{\frac{n-7}{2}} + x_9 x^{\frac{n-9}{2}} + x_{11} x^{\frac{n-11}{2}} + \dots$$

$$\begin{array}{c}
 \text{niezawisły system równań} \\
 \text{pistwój}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 x^n + 2\alpha_1 x^{n-1} + \alpha_2^2 \\
 + 2\alpha_4 \\
 + 2\alpha_6
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{c}
 x^{n-2} + 2\alpha_2 \alpha_4 \\
 + 2\alpha_6
 \end{array}
 \right|
 \begin{array}{c}
 x^{n-3} + \alpha_4^2 \\
 + 2\alpha_2 \alpha_6 \\
 + 2\alpha_8
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{c}
 x^{n-4} + 2\alpha_4 \alpha_6 \\
 + 2\alpha_2 \alpha_8 \\
 + 2\alpha_{10}
 \end{array}
 \right|
 x^{n-5} + \dots$$

drugi: $\alpha_1^2 x^{n-1} + \alpha_1 \alpha_3 x^{n-2} + \alpha_3^2 x^{n-3} + 2\alpha_1 \alpha_5 x^{n-4} + \alpha_5^2 x^{n-5} + \dots$

$$x^n + \alpha_1^2 \mid x^{n-1} + \alpha_2^2 \mid x^{n-2} + \alpha_3^2 \mid x^{n-3} + \alpha_4^2 \mid x^{n-4} + \alpha_5^2 \mid x^{n-5} + \alpha_6^2 \mid x^{n-6} + \dots = 0$$

$$\begin{array}{cccccc} -2\alpha_2 & -2\alpha_3 & -2\alpha_4 & -2\alpha_5 & -2\alpha_6 & \\ & +2\alpha_4 & +2\alpha_5 & +2\alpha_6 & & \\ & & -2\alpha_6 & & & \\ & & & +2\alpha_8 & & \\ & & & & +2\alpha_9 & \\ & & & & -2\alpha_{10} & \\ & & & & & +2\alpha_{12} \end{array}$$

Wiederum nicht null! $\alpha^2 \alpha^2 \alpha^2 \alpha^2$

[illegible]

$$x(x+a^3)(x+b^3)(x+c^3)(x+d^3)(\dots) = 0 \quad \text{transliti}$$

Ok, powiada Gräffe, do czyj jest domrowanie roztoci' na tony kalie
czyli z ktorych kharida podnie sione do presciane oraz iloczyn bychre czy
si byly wolnemi od nieumieruosci, co prawda jest morz bniem, a jsi opiz
gziemy cel zamierony. Tozema raceronomi czyliami ratorionego rowom
nia w kharidym rarie byi' moze.

$$\begin{aligned}
& x^{\frac{n}{3}} + \alpha_3 x^{\frac{n-3}{3}} + \alpha_6 x^{\frac{n-6}{3}} + \dots = x^{\frac{n}{3}} (1 + \alpha_3 x^{-1} + \alpha_6 x^{-2} + \alpha_9 x^{-3} + \dots) = A \\
& \alpha_1 x^{\frac{n-1}{3}} + \alpha_4 x^{\frac{n-4}{3}} + \alpha_7 x^{\frac{n-7}{3}} + \alpha_{10} x^{\frac{n-10}{3}} + \dots = x^{\frac{n-1}{3}} (\alpha_1 + \alpha_4 x^{-1} + \alpha_7 x^{-2} + \alpha_{10} x^{-3} + \dots) = B \\
& \alpha_2 x^{\frac{n-2}{3}} + \alpha_5 x^{\frac{n-5}{3}} + \alpha_8 x^{\frac{n-8}{3}} + \alpha_{11} x^{\frac{n-11}{3}} + \dots = x^{\frac{n-2}{3}} (\alpha_2 + \alpha_5 x^{-1} + \alpha_8 x^{-2} + \alpha_{11} x^{-3} + \dots) = C
\end{aligned}$$

Karada z tych wzgledu podniecione do potegi trzeciej oraz ich iloczyn wolno nam
 ja odznacilow pierwiastkow. Z tego wyjdzie, ze ilosc, jeli sie wyprzej, problem
 nato $A^3 + B^3 + C^3 - 3ABC$; otrzymamy pierwsze wyrazy:

$$\begin{array}{c|c|c|c}
x^n + \alpha_1^3 & x^{n-1} + \alpha_2^3 & x^{n-2} + \alpha_3^3 & x^{n-3} + \dots = 0 \\
-3\alpha_1\alpha_2 & +3\alpha_1\alpha_4 & -3\alpha_1\alpha_8 & \\
+3\alpha_3 & -3\alpha_1\alpha_5 & +3\alpha_1\alpha_7 & \\
& -3\alpha_2\alpha_3 & -3\alpha_2\alpha_6 & \\
& -3\alpha_2\alpha_4 & -3\alpha_2\alpha_5 & \\
& +3\alpha_3^2 & +3\alpha_4\alpha_7 & \\
& +3\alpha_6 & +3\alpha_7^2 & \\
& & -3\alpha_3\alpha_4 & \\
& & -3\alpha_3\alpha_5 & \\
& & +6\alpha_3\alpha_6 & \\
& & +3\alpha_9 &
\end{array}$$

Porównaw przy tem wypadku z wypadkiem, w przed otrzymanym, gdy przyjął
 $p=2$, zaraz dostrzeżemy, że jako potegi 2, 4, 8, 16, 32 i t.d. wolniej rosną
 potegi 3, 9, 27, 81 i t.d. to, ponieważ wypadki w pierwszym przypadku są
 proste i łatwe do zatrzymaniu, w pamięci, że się kiedyś obłąkał, zgodzi na
 wykonanie kilku przerobien, wiec w przypadku $p=2$, nie się obawia, nawet
 proste przerobien w przypadku $p=3$; pierwsze, bowiem przerobien nie ustra-
 terniają się, dalsze przeszedzmy drugie i nie jesteśmy wystawieni na om-
 ni, bardzo łatwo w drugim przerobieniu popetnie się może. Przy daw-
 jęcy do tego okoliczności, że w przypadku, gdy p jest parzystym, różni-
 między pierwiastkami dodatnimi i odjemnymi, oraz zwrócić uwagę
 gdy przeciwnie, w przypadku p nieparzystego, są różni, a nadal proste,
 przesłaniem, nie zawodzi, ale w przyszłości, równa przy $p=2$.

Zmniejsza p parzystego jest jeszcze i ta nie ma trudności, i w pierwszym
 pierwiastku, wzniesie pierwiastków a niebądź ich, znowu pewnym, proste
 podziałem, po oddzieleniu potęgi parzystej od nieparzystej, a nosi
 wątpliwość (małobu).

Podstawienia analizowanych warunków pierwiastków nie można, w końcu nie może
 ustępować na dokładności, bo nie można, ani się nawet ra-
 zować, zwrócić uwagę, po prostu, do dokładności, do stopnia, jaki otrzymać chcemy.

Coty, rękami, czyli, ręcznie, przerobienie, równań, odzwierciedla, się, logarytmami, i
 iocy, form, logarytmu, pociągają, potrzebę, nad, wiec, iocy, form, z, powodu, że, w, iocy,
 wyprze, nie, iocy, do, celu, prowadzą, nie, dokładności, do, pro, dwu,
 tak, tych, przerobien, iocy, do, logarytmu, współ, om, iocy, nie, nawet,
 precyzyj, i, iocy, form, logarytmu, nie, mogły, by, nam, dać, tyle, odpowiadaj,
 cych, dokładnych, ale, byłby, pierwsze, najwyższe. Ten, przypadek, wtedy, się, najwy-
 równiej, wyprze, gdy, jeden, lub, kilku, pierwiastków, mają, cyfry, całkowite.

Przebieg, iocy, pierwiastkami, logarytmami, wtedy, po, wyprze, iocy, pierwiastków,
 potęgi, m, iocy, a^m, b^m, c^m , i t.d. otrzymuje, się, warunki, pierwiastków, tak,
 blisko, że, pusta, a, czasem, i, proste, cyfry, jest, dokładne. A, mają, pierwiastki,
 pier, lub, blisko, prawdziwych, iocy, pierwiastków, podniecia, drugi, jest, iocy, sp-
 lu, Newtona, lub, dla, rezult, fat, sprzeczne, ratowania, iocy, się, iocy, wiec,
 i tak, jak, chcemy, zbliżyć, do, prawdziwej, wartości, pierwiastka.
 Po, sprzecz, Newtona, jak, wiadomo, byłby, wtedy, byłby, nie, pewnym, gdyby, wa-
 runki, pierwiastka, który, poprawiamy, iocy, iocy, wychodzą, byta, blisko, nie,
 jednego, ale, kilku, innych, pierwiastków.

Ten, iocy, walc, Newtona, na, poprawę, który, by, pier, p oznaczamy, a, pierwi-
 stek, poprawiamy, pier, x , można, dla, ułatwienia, rachunków, i tak, napisać

$$p = -\frac{f(x)}{f'(x)} = -\frac{x^n + \alpha_1 x^{n-1} + \alpha_2 x^{n-2} + \alpha_3 x^{n-3} + \dots + \alpha_n}{nx^{n-1} + (n-1)\alpha_1 x^{n-2} + (n-2)\alpha_2 x^{n-3} + \dots + \alpha_{n-1}} = -x \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2 x^{-1} + \alpha_3 x^{-2} + \dots + \alpha_n x^{-(n-1)}}{n + (n-1)\alpha_1 x^{-1} + (n-2)\alpha_2 x^{-2} + \dots + \alpha_{n-1} x^{-(n-1)}} \right)$$

gdy, widzimy, bliższe, bardzo, łatwo, znajduje, się, nierówności.

(Dla uwidocznienia całego postępowania, przedstawimy pierwiastki równania $x^6 - 22x^5 + 180x^4 - 658x^3 + 911x^2 + 204x - 924 = 0$

Ponieważ to równanie ma tylko jedno następstwo, a reszta jest zerem, myślnie, zatem jeżeli wprześliśmy pierwiastki z reszty, jedna tylko będzie odjemnym a pięć dodatnimi.

Przewodząc je do potęg mitych, liczbami całkowitymi i niewielkimi, wemy, pierwsze z nich, ponieważ równanie ukształtujemy na podobieństwo otrzymanego równania

$$x^6 + 124x^5 + 5270x^4 + 97876x^3 + 765745x^2 + 1725144x + 853776 = 0$$

Którego pierwiastki są kwadratami pierwiastków równania zatorzonego t.j. pierwiastki są stopnia 2¹.

Wzięwszy teraz logarytmy pierwiastków, znajdziemy następujące

Równanie, którego pierwiastki są stopnia 2²

$$x^6 + 368449x^5 + 670157x^4 + 928661x^3 + 1141107x^2 + 1222236x + 1186269 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2³

$$x^6 + 712473x^5 + 1285144x^4 + 1806707x^3 + 2277776x^2 + 2438177x + 2372538 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2⁴

$$x^6 + 1421325x^5 + 2529107x^4 + 3570788x^3 + 4555484x^2 + 4875874x + 4745076 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2⁵

$$x^6 + 2842588x^5 + 5033304x^4 + 7107994x^3 + 9110968x^2 + 9759746x + 9490152 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2⁶

$$x^6 + 5685176x^5 + 10060144x^4 + 14194988x^3 + 18221936x^2 + 19519492x + 18980304 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2⁷

$$x^6 + 11370352x^5 + 20119940x^4 + 28382054x^3 + 36443872x^2 + 39038984x + 37960608 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2⁸

$$x^6 + 22740704x^5 + 40239879x^4 + 56763236x^3 + 72887744x^2 + 78077968x + 75921216 = 0$$

Pierwiastki stopnia 2⁹

$$x^6 + 45481408x^5 + 80479758x^4 + 113526463x^3 + 145775488x^2 + 156155936x + 151842432 = 0$$

W tem ostatnim równaniu wprześliśmy współczynniki kwadratami współczynników równania poprzedniego, ponieważ ku końcowi jest przerobienia. Ponieważ 2⁹ = 512, więc mamy pierwiastki a, b, c, d, e, f przez x₁, x₂, x₃, x₄, x₅, x₆ jak do sumy najnie czynimy, otrzymamy logarytmy 512-tych potęg każdego pierwiastka, jak następuje

$$\begin{aligned} \log. x_1^{512} &= 45481408 \\ \log. x_2^{512} &= 80479758 - 45481408 = 34998350 \\ \log. x_3^{512} &= 113526463 - 80479758 = 33046705 \\ \log. x_4^{512} &= 145775488 - 113526463 = 32249025 \\ \log. x_5^{512} &= 156155936 - 145775488 = 10380448 \\ \log. x_6^{512} &= 151842432 - 156155936 = -4313504 \end{aligned}$$

Stąd

$\log. x_1 = 0.88831$	$\log. x_4 = 0.62986$
$\log. x_2 = 0.68356$	$\log. x_5 = 0.20274$
$\log. x_3 = 0.64544$	$\log. x_6 = 0.91575 - 1 = -0.08425$

Chcąc się dowiedzieć który z tych pierwiastków jest odjemnym, namieść przedstawienia każdego z nich, dopóki nie popadnie granicy wprześli pierwiastków odjemnych równania zatorzonego, lub też, w jej braku, przędz ukształtowi, ponieważ dla x=0 jest f(x) = -924 a dla x=1, f(x) = +644 co pokazuje że między 0 i 1 czyli niewątpliwie między 0 i -1 znajduje się pierwiastek równania, więc pierwszy z nich, z pierwiastków najmniejszych, którego logarytm powyższy ualeliśmy, t.j. pierwiastek x₆ jest odjemnym.

Wzrosty herar mardemu z powiększających logarytmów odpowiadających
 pierwej, mieć będziemy przybliżone pierwiastki równania szóstego.

Tę może szóstym pierwiastkiem, tak jak już było to przy pomocy szóstego
 Newtona, bądź 'der', co może wygodniej, reguły szóstego szóstego
 małego pierwiastka bliżej prawdziwych. Tę też pierwiastki logarytmów,
 które odpowiada liczbom 777324; wzrosty tylko trzy cyfry dają się
 do ostatnia nie pewna, i potorywcy są $S_1 = 77732$ a drugi raz
 $S_2 = 77733$, majdżemy, rachując w tym wyprawk dżefizmych

$$B_1 = -0089208906 \text{ a } B_2 = +1668591133. \text{ Ponieważ więc } S_1 - S_2 = -0001, \text{ przed}$$

poprawiamy wypadnie $+00009492$, a następnie pierwiastki bliżej prawdziwych

$$\text{drzimego } x_1 = 77733 - 00009492 = 777320508 \text{ którego pierwsze ostatnie}$$

cyfry jest prawdziwe. Tym samym sposobem postępować należy i z innymi.

Przechodząc więc pierwiastki równania $f(x) = x^3 - 7x + 7 = 0$.

Pierwsze dwa pierwiastki odbywszy matematycznie a resztę logarytmami, otrzymamy

Równanie którego pierwiastki są dwadziestami cyframi potęgi 2

$$x^3 + 14x^2 + 49x + 49 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2

$$x^3 + 98x^2 + 1029x + 2401 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2³

$$x^3 + 387772x^2 + 576956x + 676078 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2⁴

$$x^3 + 774637x^2 + 1141667x + 1352156 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2⁵

$$x^3 + 1549267x^2 + 2280905x + 2704312 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2⁶

$$x^3 + 3098534x^2 + 4561820x + 5408624 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2⁷

$$x^3 + 6197068x^2 + 9120658x + 10817248 = 0$$

Ze wspomnianych ostatniego równania wypada

$$\log x_1 = 29.097668, \log x_2 = 29.23546, \log x_3 = 29.6546$$

$$\text{a następnie } \log x_1 = 0.48415, \log x_2 = 0.22874, \log x_3 = 0.13235$$

Co do resztów tych pierwiastków, który resztę wprawy brakujący wyprawk
 w danym równaniu wyprawk $\pm 0x^2$ dostarczemy nie dwa pierwiastki
 są dodatnie a jeden ujemny. Aby rozstrzygnąć ich prawdziwość, który

jest od jinnych, majdżemy szóstego granicę, wypiszę pierwiastki od jinnych

mych 4. Potorywcy więc $x = x - 4$ wypadnie $f(x-4) = -29$, kiedyż zaś
 $x = -3$, wypadnie $f(-3) = +1$ zatem między -4 i -3 leży jeden pierwiastek

a mianowicie największy ze ujemnych.

Co do resztę przewidzieliśmy poprzednie Gräfflego rozumieć należy, jak to

z poprzednim oświeżtem, o którym tylko równaniach, których pierwiastki

wprawkliki są dodatnie. Ziti równanie ma i pierwiastki ujemne, pomna

żąc to w sumy pierwiastków, bo resztę odjemne podają się w jedyną

lub, więcej pierwiastków równań. Małali przypadek podał Encke

w przywiezionym na poprzedni rozmiarku sposob, wprowadzając

funckyj trygonometrycznej, mianowicie kładąc w ujemnych wyznaczniku

F. Mnie nie będzie
 obchodzić
 jeprzejedem
 przytłum. Szu
 Najmny więc pier
 wiastków, pro
 wnanie (x)

$x + g(\cos \varphi - \sqrt{-1} \sin \varphi)$ z których składa się wyznacznik dwadziestym $x^2 + f(x + g^2$

Pierwiastki potęgi 2⁵

$$x^6 + 15.33542x^5 + 28.57812x^4 + 37.72482x^3 + 110.13034x^2 + 31.27201x + 0.00000 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2⁶

$$x^6 + 30.66372x^5 + 57.15597x^4 + 75.44964x^3 + 80.26068x^2 + 62.54408x + 0.00000 = 0$$

Pierwiastki potęgi 2⁷

$$x^6 + 61.32748x^5 + 114.31194x^4 + 150.89928x^3 + 160.52136x^2 + 125.08816x + 0.00000 = 0$$

Skoro ostatniego równania otrzymamy:

$$\log. a^{128} = 61.32748 \quad \log. c^{128} = 36.58734 \quad \log. e^{128} = 92.56680 - 1280$$

$$\log. b^{128} = 52.98446 \quad \log. d^{128} = 9.62208 \quad \log. f^{128} = 2.91184 - 1280$$

$$\text{Jeszcze } \log. a = 0.47912 \quad \log. c = 0.28584 \quad \log. e = 0.72318 - 1 = 9.72318$$

$$\log. b = 0.41394 \quad \log. d = 0.07518 \quad \log. f = 0.02275 - 1 = 9.02275$$

Odjęwszy od każdego z tych logarytmów ~~małymi~~ logarytm oryginalny któryśmy do woli, otrzymamy pierwsze równanie dawało, miało więc logarytm 0.4.9428, otrzymamy

$$\text{natomiast } \log. x_1 = 9.98484 \quad \log. x_3 = 9.79156 \quad \log. x_5 = 9.52890$$

$$\log. x_2 = 9.91966 \quad \log. x_4 = 9.58090 \quad \log. x_6 = 8.52847$$

Chcąc znaleźć poprawki tych logarytmów zapomnę, wrota Newtona użyję podanego, wziętych

$$\text{np. } \log. x_4 \text{ a najmniejszy } \log. p = -(\log. x_4 + \log. \frac{-0.0000013}{0.0017548}) = 7.4506158 \text{ t.j. } p = -0.0002822$$

a $\log. x_4 = 9.58058$. Dokładniej zaś aboli poprawię najmniejszy zapomnę, rezultaty fortynowego rachunku

$$\text{liczenia stądże } x_4 = s_4 = 0.380 \text{ a po tem } x_4 = s_2 = 0.381 \text{ jeżeli zaś najdokładniej } p_1 = +0.000003182737$$

$$p_2 = -0.000001426187 \text{ a następnie } p = +0.00030944 \text{ a pierwiastek } x_4 = 0.380690559 \text{ który da}$$

już to w podanej wyżej jest o 1 więcej, który od prawdziwego.

Dla cwiarczenia zaś w rachunku podaję wypisane przed pierwiastkami jak je Gauss znotował

$$x_1 = 0.9662347571015760... \quad x_4 = 0.3806904069580415...$$

$$x_2 = 0.8306046932331322... \quad x_5 = 0.1693953067668678...$$

$$x_3 = 0.6193095930415985... \quad x_6 = 0.0337652428984240...$$

$$C_{n-3} + \beta_1 = M_{n-1}, \quad C_{n-4} + C_{n-3}\beta_1 + \beta_0 = M_{n-2}, \quad C_{n-5} + C_{n-4}\beta_1 + C_{n-3}\beta_0 = M_{n-3} \text{ и т.д.}$$
$$x^{n-2} + C_{n-3}x^{n-3} + C_{n-4}x^{n-4} + \dots + C_2x^2 + C_1x + C_0 = 0$$
$$x^{n-4} + C_{n-5}' x^{n-5} + C_{n-6}' x^{n-6} + \dots + C_2' x^2 + C_1' x + C_0' = 0$$

$$x^2 + B_1'x + B_0' = 0$$

[illegible]

Przywiedzę sposoby rozwiązania równań kwadratowych podane przez Eu-
doksytesa, nie należy zapomnieć o sposobie podanym przez rodasa na przę-
dło.

de Liège en 1844 i wydawnym w osobnych oddziałach. Właściwie mówiąc
nie ma to M. Szwedzi powieści, ale ma to M. Szwedzi.

nie podał Marzynie nowego sposobu, bo pozostawiał jemu sposobu Kew-
stona, ale wspaniał dowiódł, że ten sposób ucrynie morina w każdym przypadku

nie rozstawać się dajemy ci pewnie się o granicy obliczenia się z prawem

drinego pierswajdhas W tej swojej pracy Młody uzyskał naturalne nośności
kierunek. (Dobry). Sur la révolution des écueils marins.

2. Martynowicz répétiteur de mathématiques à l'école des arts-et-mans ^{innowicz} et

fournisseurs et des mines de l'Université de Liège," (^{uniquement} avec préférence ^{et non pas} pour les autres). Les

Wynawa Taylor, którego do tej nierzadko nie spotkałem, jako też
młody pan Spence, który przez siebie przebiegał, dopatrując się jego wyobrażenia i inne

Ponieważ w tym piśmie ^{nie} rachunków wziętych i trygonometrii

prosto z powrotem na powierzchnię wyrażonych propozycji, w tej sprawie

policijske govorio našij milodriery nie pomijaj sij pracy, bo bylko
 (Mozy naspramiet gudrien)

sym opus obtem promissi p[er]p[et]uo t[em]p[or]e p[ro]p[ri]etate.

Polij wanniance przydziję narzucie do ofietnich swoich sposobów
o których mowię samicytwa. Piszę tym jist

Sposób Rutherforda

\$35.00 roku 1849, prodal anglické matematiky k Pruthorford sporob rozt.

wizgania słowności liubowych, zupełnie odmienny od dotychczasowych.
Wtedy brzościonie w miedziach słowności jest bardzo umiarkowane.

...zobacz ten punkt i jest bardzo ciekawy. Wiesz, że...

Jeżeli nie nastąpiłoby: Mając do rozważania, zwołanie

$$f(x) = x^n + ax^{n-1} + bx^{n-2} + cx^{n-3} + dx^{n-4} + \dots + sx + t = 0 \quad \dots \dots (1)$$

Wprowadzamy w nim $x = z + \alpha$, otrzymamy nowe równanie

$$f(x) = x + \pi x + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \dots + Sx + T = 0 \dots (2)$$

$$A = n\alpha + a, \quad B = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \alpha^2 + (n-1)a\alpha + b$$

$$C = \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 + \frac{(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2} a^2 b + (n-2) b^2 a + c$$

$$(3) \quad n = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \alpha^4 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \alpha^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2} \alpha^2 + (n-3) \alpha + 1$$

1. 2. 3. 4. 1. 2. 3. 1. 2. 3. 4. 5.

$$S = n\alpha^{n-1} + (n-1)\alpha\alpha^{n-2} + (n-2)b\alpha^{n-3} + \dots + 2r\alpha + s$$
$$T = \alpha^n + a\alpha^{n-1} + b\alpha^{n-2} + c\alpha^{n-3} + d\alpha^{n-4} + \dots + s\alpha + t$$

i którego pierwiastki, według § 7 i następnych, są o α mniej prędko pierwiastki równania (1).

Opracowujemy pierwiastki równania (1) przez $\alpha + \sqrt{-\beta}$, $\alpha - \sqrt{-\beta}$, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \dots$ będą iloczynem n czynników pierwiastkowych, pochodzących z pierwiastków prostych urojonych, i albo mogą być rzeczywistymi gdy β jest odjemnym; /mianowicie z czynników $\alpha - \alpha - \sqrt{-\beta} = \alpha - \alpha + \sqrt{-\beta}$ będzie $\alpha^2 - 2\alpha\alpha + \alpha^2 + \beta$, iloczyn zaś z pierwiastkowych czynników $\alpha - \gamma_1, \alpha - \gamma_2, \alpha - \gamma_3, \dots$ będzie naturalnie prostymi $\alpha^{n-2} + a'\alpha^{n-3} + b'\alpha^{n-4} + c'\alpha^{n-5} + d'\alpha^{n-6} + \dots$ (A)

Mając te dwa iloczyny przez siebie, otrzymamy widocznie równanie (1) lubo podobne prostsze. Równając potęg współczynników i urozijemy je same potęgi ilości α w obu równaniach, znajdziemy

$$a = a' - 2a$$
$$b = b' - 2a'a + (a^2 + \beta)$$
$$c = c' - 2b'a + a'(a^2 + \beta)$$
$$d = d' - 2c'a + b'(a^2 + \beta)$$
$$e = e' - 2d'a + c'(a^2 + \beta)$$
$$r = r' - 2q'a + p'(a^2 + \beta)$$
$$s = s' - 2r'a + q'(a^2 + \beta)$$
$$t = \dots + r'(a^2 + \beta)$$

Teraz oznaczmy a, b, c, \dots, s, t , potęgi wpry w (3), otrzymamy:
(1) $\begin{cases} A = f_1\alpha, B = f_2\alpha + \beta, C = f_3\alpha + A\beta, D = f_4\alpha + B\beta - \beta^2, E = f_5\alpha + C\beta - A\beta^2, \\ F = f_6\alpha + D\beta - B\beta^2 + \beta^3, G = f_7\alpha + E\beta - C\beta^2 + A\beta^3, \text{ i t. d.} \end{cases}$

gdzie

$$f_1\alpha = (n-2)\alpha + a'$$
$$f_2\alpha = \frac{(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2}\alpha^2 + (n-3)a'\alpha + b'$$
$$f_3\alpha = \frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\alpha^3 + \frac{(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2}a'\alpha^2 + (n-4)b'\alpha + c'$$
$$f_4\alpha = \frac{(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}\alpha^4 + \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3}a'\alpha^3 + \frac{(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2}b'\alpha^2 + (n-5)c'\alpha + d'$$
$$f_5\alpha = \frac{(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}\alpha^5 + \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}a'\alpha^4 + \frac{(n-4)(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3}b'\alpha^3 + \frac{(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2}c'\alpha^2 + (n-6)d'\alpha + e'$$

i t. d.
Aby otrzymamy związek współczynników A, B, C, D, \dots równania którego pierwiastki są mniej prędko α t.j. o szkodliwej części pierwiastki prostych urojonych, od pierwiastków równania (1), ze współczynnikami a', b', c', d', \dots . Ten związek a raczej zależność jednych współczynników od drugich jest uwagi godną, albowiem, z niej znajdziemy potęg, które wrzuty do mnożenia pierwiastków urojonych.

Te ogólne wzory zastosujemy do szczególnych przypadków.

I Rozważanie stopnia 3^{go}

Najbardziej będzie do rozważania równanie $\alpha^3 + a\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \dots (1)$
Pierwiastki jego oznaczmy przez $\alpha, \alpha + \sqrt{-\beta}, \alpha - \sqrt{-\beta}$ z których według § 13 α jest koniecznie rzeczywistym, dwa pozostałe będą rzeczywistymi lub urojonymi i według tego jak β wypadnie odjemnym lub dodatnim. Wstawmy w (4) $n=3$, ponieważ w równaniu (A) oprócz a' wystąpić inne współczynniki, nie będą $= 0$, otrzymamy $f_1\alpha = \alpha + a', f_2\alpha = 0, f_3\alpha = 0, f_4\alpha = 0$ i t. d., a także $B = \beta, C = A\beta, D = 0, E = 0$ i t. d. przeto $C = AB$ czyli $AB - C = 0$
Ale według w (3) $n=0$, otrzymujemy

$$A = 3\alpha^2 + 2a\alpha + a$$
$$B = 3\alpha^2 + 2a\alpha + b$$
$$C = \alpha^3 + a\alpha^2 + b\alpha + c$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 0 \\
 + 3 \\
 + 3 \\
 + 3 \\
 + 3 \\
 + 3 \\
 + 9.04 \\
 + 9.04 \\
 + 9.04 \\
 + 9.08 \\
 + 0.04 \\
 + 9.12 \\
 + 0.008 \\
 + 9.128 \\
 + 0.008 \\
 + 9.136 \\
 + 0.008 \\
 \hline
 9.144
 \end{array}$$

Jest punkt $\gamma = 3'048917339$ a reszka $\alpha = -\frac{\gamma}{2} = -1'524458669$.
To równanie (3') jest $\beta = -\frac{\gamma}{4} - \frac{2\gamma}{8\alpha} = -1'75 + 1'721922708 = -0'028077292$
Ponieważ β wypadło ujemne, więc dwa drugie pierwiastki są, także ujemne
Te pierwiastki są

$$\begin{aligned} & 3'048917339 \\ & -1'524458669 \pm \sqrt{0'028077292} = -1'524458669 \pm 0'167562810 \end{aligned}$$

Więc nasprze pierwiastkami ~~racjonalnego~~ ^{drugiego} równania (3')

$$\begin{aligned} x_1 &= 1'356895859... \text{ racjonalnego } x_1 = -1'356895859... \\ x_2 &= 1'692021479... \quad x_2 = -1'692021479... \\ x_3 &= -3'048917339... \quad x_3 = 3'048917339... \end{aligned}$$

Mnie nie od rzeczy będzie opisać w krótkości sposób postępowania przy
zobaczaniu tam gdzie się racjonalne skrócenie. Otrzymujemy najpierw pewną
tę samą liczbę zapisanym sposobem postępowania się dopóki, aż otrzymamy, ten
czyli reszka, której cyfry dzieją się tak, jakbyśmy w pierwiastku mieli samą
otrzymali. Takie są przypuszczenia, że gdzie pierwiastek racjonalny
w dziesięciu cyfrach dzieją się tak, niekoniecznie sposobem otrzymanym
tylko 3'048 a reszka t.j. dwadzieścia cyfr ile się ich otrzymanym
sposobem otrzymani, rachując się pier skróconym sposobem archy nie
gromadzić w reszcie mały cyfry wcale nam na nie nie przydadzą
Zobacz, kto zapyta jak się otrzymani, dzieją się cyfry pierwiastka
odpowiednim sposobem byłoby ich uważać na to, że ponieważ ten sposób
sąb rachowania cyfry pierwiastka racjonalny, ten sposób racjonalny
niekiedy może nowych równań, których pierwiastki były, mniej
o reszce cyfry pierwiastka, i ponieważ w tym postępowaniu mniej
prawy, może bardziej dokładny wyraz równania, a prawie do zero
to racjonalne racjonalne pochodzą z dodania ile otrzymani. Drugi rozumie
wypadają, cyfry cyfry, o której pierwiastki racjonalne, otrzymani
możemy, więc odwrócić nie możemy, cyfry pierwiastka, drugi jest
podzielnie reszka, ^{racjonalny} ^{racjonalny} w drugiej części, także nie, a wypadnie
na iloraz albo prawdziwe, albo bliżej 1 większe lub mniej, ^{racjonalny} ^{racjonalny}
Prawdopodobnie, cyfry na pierwiastku najbliżej jest zrobić, ^{racjonalny} ^{racjonalny}
niekiedy racjonalnie, aby się podobnie, cyfry nie jest racjonalne, lub racjonalne
w przypuszczeniu, że racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie
wnania o 3, otrzymani, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie

$$1 + 9 + 20 - 1$$

Chyba ten analizę dzieją się, pierwiastki, cyfry postępowanie, możemy 20 w 1
t.j. 1:20 = 0'04 punkt 12 cyfry 4 postępowanie, tak jak postępowanie
racjonalnie, cyfry 3 i otrzymani, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie
równania, którego pierwiastki są, mniej 3'04 od pierwiastka
równania $x^3 - 7x - 7 = 0$, $1 + 9'12 + 20'7248 - 0'185536$

Dla malowania reszki cyfry pierwiastka, możemy, racjonalnie 20'7...
albo lepiej 20 w 188 185 miejscu 8 cyfry, i to natenciem, mniej, to
185 są, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry
niek, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie
 $1 + 9'136 + 20'870912 - 0'019153408$

Tak otrzymani, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry
cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry
t.j. 3'04, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie
w ostatniej racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie
Tak tedy możemy: 20'8 albo racjonalnie 21 w 191 miejscu 8 cyfry, a tu
cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry
Ponieważ w ostatniej racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie, racjonalnie
jest, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry
potrzebować, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry, cyfry

Kiedy w tej drugiej kolumnie potrzebujemy najwięcej cyfr cyfry, rachujemy do tego i cyfrę poprzednią, tedy w pierwszej kolumnie potrzebować będzie dwóch cyfr od razu, na poprzedniej i dlatego do tej kolumny nie widzimy nowej cyfry, bo nam do niej jest nie potrzebne. Probowaliśmy rachunek z 12 cyfr, otrzymamy resztę — 0'000362180. Aby otrzymać współczynnik nowego równania, potrzebujemy jeszcze do drugiej kolumny drugi raz dodać 16 cyfr cyfry wypadła z j. 0'0008230, aby spoczął na nowym współczynniku 16.

$$1 + 9'144 + 20'88737 - 0'000362180$$

Dla drugiej cyfry pierwszą kolumną mówimy: 21 w 36 mieści się raz, i to na miejscu pierwszem. Ponieważ to jest pierwsza cyfra dziesiętna, więc w kolumnie drugiej potrzebować będziemy tylko jednej cyfry a pierwszą jej dzieł na poprzedniej. Kiedy tu najwięcej potrzebujemy cyfr, to w pierwszej kolumnie potrzebujemy tylko jednego cyfrowego a dziesiętna cyfra idzie na poprzednią. Tym sposobem otrzymamy do drugiej kolumny tylko 9 cyfr na miejscu. Wykonamy cały rachunek, porożkuje resztę w ofie, trzeciej kolumnie — 0'000153305. Do drugiej kolumny nie należy zapisać nic dodać drugi raz wypadła z pierwszej k. j. 9 na miejscu, aby otrzymać współczynnik nowego równania. Następnie mówimy: 21 w 153 mieści się 7 razy. Drobnie to więc napiszemy pierwszą cyfrę pierwszą kolumny. Dlatego w kolumnie drugiej potrzebować będziemy tylko trzech cyfr a resztę na poprzedniej. Albowiem tu w kolumnie potrzebujemy najwięcej czterech cyfr, w pierwszej więc gdzie tylko jest jedna cyfra cyfrowa nie potrzebować nie będziemy i dlatego tu samie nie jest dla praktyki następnych cyfr pierwszą kolumnę skrócone dzielnie reszty poprzedniej kolumny drugiej.

Ponieważ przypomnieliśmy sobie, że opisanie całej postępowania dość obszernie dlatego, aby w innych przytoczeniach nie było powtórzenia, przynajmniej zwracając uwagę na krótkość, nie będziemy krótkim.

Trzeba nam teraz pierwszą kolumnę równania $X^3 - 19X^2 - 23X + 520 = 0$ do w 12 cyfrach dziesiętnych. Ponieważ już w pierwszej kolumnie postępowania, powiem tylko, że tu wypracujemy tylko samych rachunków wywar drugi, zmniejszając pierwszą kolumnę o $\frac{19}{10} = 1'9$, zwracając tylko z jedyną uwagą, że jak zapamiętaliśmy, dla krótkości w pisanie 6'3 zamiast 6'333... $2'73 = 2'737373...$ i $2'0740 = 0'740740740...$ t. j. że jest to kolumna kropki na początku i oflato, cyfrę pierwszą dla niezapomnienia w dzielnicach o następnych cyfrach. Po otrzymaniu współczynników pierwszego równania, którego pierwszą kolumnę zmniejszamy o 6'3 od pierwszą kolumnę zatoronego, łatwo dostaniesz że jego pierwszą kolumnę drugi między 12 i 13, resztę przynajmniej do cyfrowego dzielania.

| | 1 | -19 | -23 | +520 | pierwsza kolumna |
|--|---|---------|---------------|---------------------|------------------|
| | | +6'3 | -80'2 | -653'740 | 12413973437224 |
| | | -12'6 | -103'2 | -133'740 | |
| | | +6'3 | -40'1 | +8 | |
| | | -6'3 | -143'3 | -125'740740740740 | |
| | | +6'3 | +144'4 | +121'290666666667 | |
| | | +9 | +8'6 | -4'4500740740740740 | |
| | | +24 | +288 | +3'1831876666667 | |
| | | 36 | +288'666 | -1'266886407406 | |
| | | 36'4 | 14'56 | +0'956407997000 | |
| | | 36'8 | 303'22 | -0'310478410406 | |
| | | 37'2 | 14'72 | +287053100618 | |
| | | 37'21 | 317'94666 | -23425309788 | |
| | | 37'22 | 37'21 | +22328886925 | |
| | | 37'23 | 318'31876 | 1096428863 | |
| | | 37'233 | 37'22 | 956960165 | |
| | | 37'236 | 318'6909666 | 139468668 | |
| | | 37'239 | 111'699 | 127594743 | |
| | | 37'2408 | 318'8026656 | 11873925 | |
| | | 37'2417 | 111'708 | 9569606 | |
| | | 37'2418 | 318'914373666 | 2304319 | |
| | | | 3351591 | 2232908 | |
| | | | 318'947889576 | 71411 | |
| | | | 3351672 | 63797 | |
| | | | 318'98140629 | 7614 | |
| | | | 260692 | 6386 | |
| | | | 318'98401321 | 1234 | |
| | | | 260693 | 1236 | |
| | | | 318'9866201 | +47 | |

$\times 318'9866201$
 $318'9867318$
 $318'986843$
 $318'98686$
 $318'98687$

Trzecioryn du pierwiastek $\gamma = 12'413973437224''$ którego wypadła
 $\alpha = -\frac{\gamma}{2} = -6'206986718612$, jest pierwiastkiem równania ter drugiego wy-
 ramu, t.j. równania $x^3 - 143'3x - 133'740 = 0$, a zatem tak ten pierwiastek
 jako β i α mniejszymi są o $\frac{1}{3}$ ad tych jakie należą do tegoż równania
 dla tegoż ostatecznego β i γ

$$\frac{19}{3} = \frac{12'413973437224}{6'333333333333} - \frac{6'206986718612}{+ 6'333333333333}$$

$$\alpha = + 0'126346614721$$

Rachując teraz wartość β , ponieważ $b = -143'3$ a $c = -133'740$, zatem

$$\frac{b}{4} = -35'833333333333$$

$$\frac{3c}{8\alpha} = + 8'080652375075$$

$$\beta = -27'753280958258$$

Ponieważ β wypadło ujemne, zatem trzy pierwiastki tegoż równania
 są rzeczywiste, a mianowicie:

$$\alpha_1 = 18'747306770557 \dots$$

$$\alpha_2 = 0'126346614721 + \sqrt{27'753280958258} = 5'394427950258 \dots$$

$$\alpha_3 = 0'126346614721 - \sqrt{27'753280958258} = -5'141734720856 \dots$$

Gdyby β wypadło $\beta = 0$, wówczas byłoby to dwa pierwiastki równania
 są między sobą równe.

II. Równania trzeciego stopnia

Pierwszy wprawy ogólnie równanie (A) $n=4$, będzie $c'=0, d'=0, e'=0$ i t.d.
 a następnie $f_3\alpha=0, f_4\alpha=0, f_5\alpha=0$ i t.d. prosto z wzorów (4) na pierwiastki Rutherforda
 forda sposobu przytoczonych wypadła

Funkcje ter będzie dane do rozwiązania rów-
 nanie ter drugiego wyparu
 $x^4 + bx^2 + cx + d = 0$

$$AB - C = 0$$

$$B^2 - B\beta + D = 0$$

Rozwiązując tych dwóch równań β , otrzymamy

$$ABC - A^2D - C^2 = 0$$

Pierwszy wprawy ter wzorów (3) zatem wyprowadzonych $n=4$, otrzymamy:

$$A = 4\alpha$$

$$B = 6\alpha^2 + 6$$

$$C = 4\alpha^3 + 26\alpha + c$$

$$D = \alpha^4 + 6\alpha^2 + c\alpha + d$$

Włose wartości potrzywprawy w ogólnie równaniu, majdriemy

$$\alpha^6 + \frac{6}{2}\alpha^4 + \frac{6^2 - 4d}{16}\alpha^2 - \frac{c^2}{64} = 0$$

Ponieważ w tem równaniu ostatecznym jest odjemnym prosto jeden
 pierwiastków α jest, rzeczywistym i dodatnim, a prosto α mieć będzie dwie
 wartości równe ze znakami przeciwnymi. Dwie te wartości dają nam

ter dwie wartości na β które α powyższego równania $AB - C = 0$

zatem z równania $\beta = \frac{C}{A} = \frac{11\alpha^3 + 26\alpha + c}{11\alpha} = \alpha^2 + \frac{6}{2} + \frac{c}{4\alpha}$ łatwo obaczyć,

że α i β są równe. Skoroż to majdriemy α^2 powyższego równania prosto

stopnia, które się na wór równań trzeciego stopnia rozwiąże, otrzymamy

ter i β po byłoby wypadnie jeżeli prosto $\frac{1}{4}c$ prosto α , które z α łatwo

majdriemy.

Gdyby dane do rozwiązania równanie było ujemne, t.j.

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

równanie prosto stopnia na α wypadłoby

$$\alpha^6 + \frac{3a}{2}\alpha^5 + \frac{3a^2 + 2ab}{4}\alpha^4 + \frac{a(a^2 + 4b)}{8}\alpha^3 + \frac{a(2ab + c) + b^2 - 4d}{16}\alpha^2 + \frac{a(ac + b^2 - 4d)}{32}\alpha + \frac{abc - a^3d - c^2}{64} = 0$$

Widziemy, że jak tu jest, któryś z nich byłoby ter drugiego wyparu z równania

ujemnego. Porozwiniemy zatem na ogólnie równy, łatwo otrzymać można powyższe

równanie prosto stopnia, które byłoby $x^4 + bx^2 + cx + d = 0$ prosto

$y \pm \sqrt{z}$ i $-y \pm \sqrt{z}$ i stąd z nich równanie trzeciego stopnia, oraz prosto

... równanie jest w połowę mniejsze otrzymanego z danymi równaniem. Otrzymamy bo-
wielom

$$2y^2 + z_1 + z_2 = -b$$

$$2y(z_1 - z_2) = -c$$

$$y^4 - y^2(z_1 + z_2) + z_1 z_2 = d$$

z których równań musimy z_1 i z_2 przyjąć do równania

$$y^6 + \frac{b}{2}y^4 + \frac{b^2 - 4cd}{16}y^2 - \frac{c^2}{64} = 0$$

które jest symfalem jak poprzednio na α otrzymane.

Wskazujemy, że tego równania wartości y^2 a następnie i y , są jedynie α i z_1 i z_2 z dwóch pierwiastków powyższych równań.

Objasniając to przekształcanie przykładem, szukamy pierwiastków równania

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 4x - 17 = 0$$

Wypróbuje najpierw wyraz drugi, mniejszy, musimy pierwiastki tego równania

$$0 + \frac{2}{4} = 0.5, \text{ prosto}$$

| | | | | |
|---|------|-------|--------|----------|
| 1 | -2 | +5 | +4 | -17 |
| | +0.5 | -0.25 | +2.125 | +3.0625 |
| | -1.5 | +4.25 | +6.125 | -13.9375 |
| | +0.5 | -0.25 | +2.125 | |
| | -1.0 | +3.25 | +1.875 | |
| | +0.5 | -0.25 | +8 | |
| | -0.5 | +3.5 | | |
| | +0.5 | | | |
| | 0 | | | |

Równanie proste bez drugiego wyrazu będzie $x^4 + 3.5x^2 + 8x - 13.9375 = 0$, takim
w powyższych wyrazach jest $b = 3.5$, $c = 8$, $d = -13.9375$ a następnie równanie
prostego stopnia na α będzie $x^4 + 1.75x^2 + 11.25x - 1 = 0$ które na nowo równanie
trzeciego stopnia rozwiązywać, miało by być α^2 mamy:

| | | | | |
|---|--------------|-----------|----------|-----------------------------|
| 1 | +1.75 | +4.25 | -1 | $\alpha^2 = 0.21410886 + 6$ |
| | +1.95 | +3.9 | +0.928 | prosto |
| | 2.15 | 4.64 | -0.072 | $\alpha = \pm 0.4627189879$ |
| | 2.35 | 4.3 | 5.0936 | +0.5 |
| | 2.35 + 2.36 | 5.07 | 2.1064 | $\alpha = +0.627189879391$ |
| | 2.352 2.37 | 5.09351 | 5.0936 | $\alpha = -0.037281612109$ |
| | 2.353 2.38 | 2.352 | 2.37 | |
| | 2.3534 2.384 | 5.11703 | 5.1173 | |
| | 2.3538 2.388 | 9.4136 | 9.536 | |
| | 2.3542 2.392 | 5.1264436 | 5.126836 | |
| | | 9.4152 | 9.582 | |
| | | 5.1358588 | 5.136388 | |
| | | 2.354 | 5.13627 | |
| | | 5.1360942 | 2.39 | |
| | | 2.354 | 5.13687 | |
| | | 5.136330 | | |
| | | 5.13635 | | |
| | | 5.1364 | | |

Rachując wartości β mamy:

| | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| $\alpha^2 = 0.21410886 + 6$ | $\alpha^2 = 0.21410886 + 6$ |
| $\frac{b}{2} = +1.75$ | $\frac{b}{2} = +1.75$ |
| $c = +4.3222777867$ | $c = -4.3222777867$ |
| $\beta = +6.2863866423$ | $\beta = -2.3581689191$ |

Dwa proste pierwiastki zatorzonego równania są rzeczywiste a dwa urojone, miały
wielkości:

$$x_1 = 0.9627189879 + \sqrt{6.2863866423}$$

$$x_2 = 0.9627189879 - \sqrt{6.2863866423}$$

$$x_3 = 0.0372816021 + \sqrt{2.3581689191} = +1.5729176054 \dots$$

$$x_4 = 0.0372816021 - \sqrt{2.3581689191} = -1.4983519809 \dots$$

Ten jeden przykład rozwiązania równań linbowych zapomniał sposobu podane
go przez Rutherforda już nam dowodzi o ile więcej potrzeba rachunku w tym nie
wspomnianym stopniu. Powstała też konieczność nie wystąpić, nie roz-
pisać pierwiastków i stać, wyższych stopniach może i nawet roboty coraz bardziej
rośnie. Głównie w tym stopniu wypadła potrzeba zmniejszenia rzetelności
części pierwiastków postaci urojonej t.j. części α , rozwiązania równania
10-go stopnia, co było niełatwe, samemu jest morolne i nadzwyczajnie wymaga
prygotowania aby się błędem ustrzec; dla tego odpytuje ichamych do samego

Rutherforda sub. kór do jego tłumaczenia, jak wspomnieliśmy, przez Wiegandę
przełożył na naszym stopniu. Proszę jednakże uważać, że do zna-
czenia pierwiastków trzeciego stopnia nader jest wygodnym, jak również,
choćby wizeru, wykonania potrzeba, roboty, co jest nieuniknionem, bo sama
 natura padania tego wymaga, w piórkach i wyprawkach stopniach, ogro-
 ni, raczej się tylko do szukania jednego z pierwiastków, jest dość wygo-
 dnym. Na dowód nich posturę, a brachowanie wielkiego pierwiastka
 równania $x^3 + 4x^2 - 3x^3 + 10x^2 - 2x - 962 = 0$. Ten pierwiastek leży między
 3 i 4 o czym się łatwo łatwo przekonai, bo jeśli najdziej granicę wyprawk pierwiastków
 dodatnich 4 i najdziej $f(4) = +1016$ a $f(3) = -392$. Rachunek więc le-
 zy, że pierwiastek jest następujący:

| | | | | | | |
|---|--------|---------|-----------|--------------|----------------|-------------|
| 1 | + 4 | - 3 | + 10 | - 2 | - 962 | 33857762080 |
| | + 3 | + 21 | + 54 | + 142 | + 570 | |
| | + 7 | + 18 | + 64 | + 190 | - 392 | |
| | 10 | 30 | 144 | 624 | + 29021133 | |
| | 13 | 48 | 208 | 814 | - 10178867 | |
| | 16 | 39 | 261 | 1533711 | + 946440893568 | |
| | 19 | 87 | 409 | 9673711 | - 71445806432 | |
| | 19.3 | 135 | 511237 | 1665714 | + 61820010806 | |
| | 19.6 | 579 | 44004 | 11339423 | - 69625795626 | |
| | 19.9 | 74076 | 555238 | 4910861696 | + 8680404588 | |
| | 20.2 | 588 | 45792 | 11830371766 | - 945391038 | |
| | 20.5 | 14667 | 607630 | 5014541184 | + 1868386840 | |
| | 20.58 | 597 | 12827712 | 123379652880 | - 77004198 | |
| | 20.58 | 15264 | 63857812 | 320368732 | + 74435857 | |
| | 20.66 | 606 | 12959936 | 123640021612 | - 2568341 | |
| | 20.71 | 15870 | 626877648 | 320782564 | + 2481285 | |
| | 20.74 | 1663464 | 13092672 | 12396080418 | - 87056 | |
| | 20.82 | 166528 | 639910320 | 4497565 | + 86842 | 8 |
| | 20.90 | 1619992 | 827143 | 12406577583 | - 474 | 1 |
| | 20.905 | 16652 | 640737403 | 4498378 | - 214 | |
| | 20.910 | 1636584 | 827666 | 1240507636 | | |
| | 20.915 | 16656 | 641365129 | 44992 | | |
| | 20.920 | 1653240 | 828189 | 1240552628 | | |
| | 20.925 | 1043 | 64239332 | 44992 | | |
| | | 1654283 | 1160 | 124059762 | | |
| | | 1046 | 6425093 | 44992 | | |
| | | 1655331 | 1161 | 12406426 | | |
| | | 1046 | 6426254 | 385 | | |
| | | 1656377 | 1161 | 1240601 | | |
| | | 1046 | 642742 | | | |
| | | 1657423 | | | | |
| | | 1046 | | | | |
| | | 1658469 | | | | |

Dodany punkt rubelny pierwiastek którego równania jest
 33857762080. Skrócenia w tym rachunku, robisz się, jak już na stopniu
 trzecim, w tym tłumaczeniu, mienowicie, korda kolumna rachunków, do-
 polu tylko, jakichkolwiek, w tym, na potrzebne wyprawk, następującej kolumny,
 ny, a rachunek ten, od tego, się, na najczystszy, trzecim stopniu, wyprawk,
 nym, a w sobie. Kresle, przesobienie, choćby, dwóch, przy, kładzie, do-
 kładnie, korda, obierając, ostatni, postępowaniem.

§36. Wskazać, tego, w tym, nie, może, mieć, ułamek, pominięty, z powodu, po-
 danego, przez, tego, Rutherforda, na rozwiązanie, równań, trzeciego, stop-
 nia, za pomocą, którego, znajduje, się, na, jednym, rachunku, wypisania
 trzy, pierwiastki, jeśli, one, są, rzeczywiste, bądź, kór, dwa, z nich, urojone.
 Oznaczymy, trzy, pierwiastki, trzeciego, stopnia, jak, poprzednio, przez, r ,
 $x + \sqrt{\beta}$ i $x - \sqrt{\beta}$ oraz, stary, wyprawk, z nich, równanie, samo, stary, mamy, równa-
 $x^3 - (2\alpha + r)x^2 + (\alpha^2 + 2rx - \beta)x - r(\alpha^2 - \beta) = 0$

Wskazać, także, pierwiastki, tego, równania, o r aby, mieć, w tym, wyprawk,
 89, następujące, działania:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad - (2\alpha + r) \\
 \quad + r \\
 \quad - 2\alpha \\
 \quad + r \\
 \quad - 2\alpha + r \\
 \text{dzielę 2)} \quad - \frac{2(\alpha - r)}{2} \\
 \text{odejmuję} \quad - \alpha + r \\
 \quad - r \\
 \quad - \alpha
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 + (\alpha^2 + 2r\alpha - \beta) \\
 \quad - 2r\alpha \\
 \quad + (\alpha^2 - \beta) \\
 \quad - 2r\alpha + r^2 \\
 \quad \alpha^2 - 2r\alpha + r^2 - \beta \\
 3\alpha^2 + 6r\alpha - 3\beta = 3r\alpha \text{y współczynnik } \alpha \\
 4\alpha^2 + 4r\alpha + r^2 - 4\beta \\
 - 4\alpha^2 - 4r\alpha - r^2 + 4\beta \\
 4) \quad - 4\beta \\
 \quad - \beta
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 - r(\alpha^2 - \beta) \\
 \quad + r(\alpha^2 - \beta) \\
 \quad 0
 \end{array}$$

(Z tego rachunku wiemy, że całe postępowanie jest takie samo jak przy
 tej dla, prowadząc tenże stopnia, pokazano, że jedyną różnicą, że naszym
 jest skracanie, w dwóch pierwszych słownikach zachowujemy wszystkie cyfry
 aż do ścisłej trójki, w której pierwszą słownikiem mamy. do rachunku
 wprowadzamy tylko cyfry, które potrzebne skracania wymaga.

Aby więc nie odwrócić postępowania, weryfikujemy równanie $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$
 według powyższego, dzieląc do uproszczenia jest następujące:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad + a \\
 \quad + r \\
 \quad a + r \\
 \quad + r \\
 \quad a + 2r \\
 \quad + r \\
 \quad a + 3r \\
 \text{dzielę 2)} \quad - \frac{a + 3r}{2} \\
 \text{do reszty} \quad - \alpha \\
 \text{od ilorazu odejmę r, reszta wyjdzie} \\
 \text{reszta} = -\alpha
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 + b \\
 + ar + r^2 \\
 ar + r^2 + b \\
 + ar + 2r^2 \\
 2ar + 3r^2 + b \\
 3b \text{ dodac'} \\
 2ar + 3r^2 + 4b \\
 a^2 \text{ odjąć} \\
 reszta wynosi -4\beta \\
 \text{dzielę przez 4, wypadnie} -\beta
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 + c \\
 + ar + r^2 + b \\
 \text{pierwszemu r}
 \end{array}$$

W tym sposobem otrzymamy w przybliżeniu trzy ilorazy r, α, β , wchodzące w skład
 trzech pierwszych słowników równania. Pierwszemu r rachunki są, jak wspomnieliśmy
 sposobem wskazanym, zaś α i β otrzymamy z przybliżeniami pierwszymi i drugim
 w których wszystkie cyfry trójki są, w których reszty. Jeśli w drugim
 słowniku otrzymamy reszta wypadnie, w której wszystkie cyfry trójki są, w której
 równania będą reszty, w których reszty, dwa unijonem. Ale, weryfikujemy
 przy przykładzie który nam najlepiej objaśni to nadzi postępowanie.
 Wskazujemy pierwszemu słownikowi równania $x^3 - 5x - 7 = 0$. Pierwszym pierwszym
 dodamy trzy między 2 i 3, całością, która reszta pierwszemu jest 2, prowadzimy
 więc następujący rachunek

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 0 \\
 2 \\
 4 \\
 6 \\
 67 \\
 74 \\
 81 \\
 814 \\
 818 \\
 822 \\
 8227 \\
 8234 \\
 8241 \\
 82413 \\
 82416 \\
 82429 \\
 824194 \\
 824198 \\
 824202 \\
 8242026 \\
 8242032 \\
 8242038 \\
 82420385 \\
 82420390 \\
 82420395 \\
 824203954 \\
 824203958 \\
 824203962 \\
 2) \quad 8242039620 \\
 \quad 4121019810 \\
 -r = -2747346540 \\
 \alpha = -1373673270
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 -5 \\
 -4 \\
 +8 \\
 +7469 \\
 1769 \\
 518 \\
 1687 \\
 3256 \\
 171956 \\
 3272 \\
 175228 \\
 57589 \\
 17580389 \\
 57638 \\
 17638027 \\
 247239 \\
 1764049939 \\
 247248 \\
 1764297187 \\
 329678 \\
 17643301548 \\
 329679 \\
 17643631227 \\
 49452 \\
 17643680679 \\
 49452 \\
 17643730131 \\
 4121 \\
 17643734252 \\
 4121 \\
 17643738373 \\
 330 \\
 17643738703 \\
 330 \\
 17643739033
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 -7 \\
 -2 \\
 +8183 \\
 -0817 \\
 687824 \\
 129176 \\
 123062723 \\
 6113277 \\
 5292150 \\
 821127 \\
 705732 \\
 115395 \\
 105862 \\
 9533 \\
 8822 \\
 711 \\
 706 \\
 5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 r = 2747346540 \\
 36 = -15 \\
 a^2 = 0 \\
 4\beta = 2747346540 \\
 \beta = -0660934758
 \end{array}$$

Pierwiastkami tego równania są:

$$x_1 = 2.747346540...$$

$$x_2 = -1373673270 + \sqrt{-0.660934758}$$

$$x_3 = -1373673270 - \sqrt{-0.660934758}$$

Obliczając je tak szeregowo, wykonany rachunek pierwiastków tego równania, nie przedstawia nam żadnej wątpliwości lub jakiegokolwiek nieporozumienia; przechodzi on zatem śmiało, że ten sposób obliczania pierwiastków tego równania trzeciego stopnia jest najprościej i do tegoż smaczny, najłatwiej i najprościej można zastosować, gdzie chcemy mieć pierwiastki w drzewiznie i więcej cyfrach dziesiętnych.

Jak naszym niemiernie łatwo jest znaleźć pierwiastki ^{trzeciego stopnia} tego równania, przez obliczenie, niech pokażemy przykład dany przez Gaussa, w celu ćwiczenia się w rozwiązywaniu równań, w „*math. novae com. Gotting.* vol. II 1814-15 pag. 72” Podane równanie jest:

$$x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{20} = 0 \text{ albo } x^3 - 1.5x^2 + 0.6x - 0.05 = 0$$

Porównaj w tym równaniu x same premie, znaleźć, jeżeli więc już pierwiastki są, w rachunku, x szeregiem obliczeń, bardzo więc jest łatwo znaleźć poniżej kilku liczb przypadających; znajdziemy bowiem dla $x=0$ $f(0) = -0.05$ zaś dla $x=1$, $f(1) = +0.05$. Wziąwszy więc, dla bliźszego oznaczenia korzeni pierwiastków $x=0.5$, znajdziemy $f(0.5) = 0$, zatem 0.5 jest jednym z pierwiastków tego równania. Zmniejszamy więc teraz pierwiastki tego równania 0.5 , znajdziemy równanie $x^3 - 0.15x^2 = 0$ którego pierwiastki są, mniejsze o 0.5 od dwóch innych pierwiastków tego równania. A ponieważ z tegoż równania wyjdzie, że trójkątem sposobem, znajdziemy z trójkątem 0.5

$$\sqrt{0.15} = \pm 0.3872983346207417$$

zatem pierwiastki są, rachowane w 10 cyfrach, dla równości 16 cyfr, więc powiemy, że korzenie x tych ostatnich pierwiastków 0.5 , znajdziemy trzy pierwiastki tego równania następujące

$$x_1 = 0.1127016653792583...$$

$$x_2 = 0.5$$

$$x_3 = 0.8872983346207417...$$

t.j. zupełnie tak jak je podał Gauss w powołanym miejscu.

Sposób Furjera / Fourier /

§37. Skoro pierwiastki podanego do rozwiązania równania wyjdą, stronami są, t.j. znaleźć je, wiele ma niedogodności a wiele uroków, jeżeli pierwiastki i w jakich granicach. Korzyść z nich, z niedogodności, znajdziemy, potem napomniemy, jednego i do którego bliźnich z tych danych do tego sposobu, ten pierwiastki obliczamy, i tym sposobem równanie rozwiązać. Zatem, t.j. atoli, sposobem w §34 wyłożonym, granice pierwiastków i w tych granicach, bliźnich wyjdą, bliźnich rozwiązuje się o 1, nie tylko, ale bardzo często, bliźnich, do wielkich liczb, pod. dawać, ale jeżeli nie ma tego wypadku, t.j. gdy przedstawienie nie jest nam, racjonalnym, to nam, co byśmy nie, wiastków nie wyjdą. A chociażby bliźnich pierwiastków nie wyjdą

Wzrosty w tych zmianach $x=0$, majoremu
 $f(x) = A_0, f_1(x) = 1.A_1, f_2(x) = 1.2.A_2, f_3(x) = 1.2.3.A_3, f_4(x) = 1.2.3.4.A_4, \dots$
 $f_n(x) = 1.2.3.4 \dots (n-1).A_n, f(x) = 1.2.3.4 \dots (n-1).A_n$

$$f(x) = A, f_1(x) = 1 \cdot A, f_2(x) = 1 \cdot 2 A, f_3(x) = 1 \cdot 2 \cdot 3 A, f_4(x) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 A, \dots$$

Then $A_0 = f(c)$, $A_1 = \frac{f_1(c)}{1!}$, $A_2 = \frac{f_2(c)}{1!2!}$, $A_3 = \frac{f_3(c)}{1!2!3!}$, $A_4 = \frac{f_4(c)}{1!2!3!4!}$, $A_5 = \frac{f_5(c)}{1!2!3!4!5!}$

i.e. $A_{n-2} = \frac{f_{n-2}(0)}{1.2.3 \dots (n-2)}$, $A_{n-1} = \frac{f_{n-1}(0)}{1.2.3 \dots (n-1)}$, $A_n = \frac{f_n(0)}{1.2.3 \dots n}$.

Wartości wypotygnięć w tym sposobie otrzymane wtory wpry-
w przeciwieństwowe prężenie, talowe przechodzi na następujące:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1}x + \frac{f''(0)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{f'''(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}x^4 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)}x^{n-1} + \frac{f^{(n)}(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots}$$

W nowym, tym nowszemu polermy $x+1$ za x gdzie i przyjmujemy x
 reg. ilosci uwzględnia, lecz nieprzebiegi nie.
~~bardziej małe, które i polermy nie przebiegi nie ma, nie przebiegi ma, nie~~
 + ma.

$$f(x+i) = f(c) + \frac{f'(c)}{1!}(x+i) + \frac{f''(c)}{1!2!}(x+i)^2 + \frac{f'''(c)}{1!2!3!}(x+i)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(c)}{1!2!3!\dots n!}(x+i)^n$$

Przejdź dwumianu $x+i$ rozwinę przy użyciu wzoru Newtona i potem pomnożbiowaw przy wypaada użyciu rozwinę przy użyciu iloczynu; majdrie,

$$\text{my } f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$$+ \frac{i}{1} \left\{ f_1(0) + \frac{f_2(0)}{1} x + \frac{f_3(0)}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{f_4(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots + \frac{f_n(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} x^{n-1} \right\}$$

$$+ \frac{i^2}{1 \cdot 2} \left\{ f_2(0) + \frac{f_3(0)}{1} x + \frac{f_4(0)}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{f_5(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots + \frac{f_n(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots (n-2)} x^{n-2} \right\}$$

$$+ \frac{i^3}{1.2.3} \left\{ f_3(c) + \frac{f_4(c)}{1} x + \frac{f_5(c)}{1.2} x^2 + \frac{f_6(c)}{1.2.3} x^3 + \dots + \frac{f_n(c)}{1.2.3 \dots (n-3)} x^{n-3} \right\}$$

$$i^{n-1} \{ f_1(c) + \frac{f_n(c)}{x} \}$$

$$+ 1.2.3 \dots (n-1) \sqrt[n]{n-1} \dots$$

Ponieważ w tym rozwinizim maceruje widzimy się jest wra pronom

nia, następnie zaś i nizi, a mianowicie wielomiany w nawiasach,
i wreszcie wielomiany z pierwiastka przez wielomiany, smieć się,

$$f(x) = f_0(x) + \frac{i^1}{1!} f_1(x) + \frac{i^2}{1 \cdot 2} f_2(x) + \frac{i^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_3(x) + \dots + \frac{i^n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} f_n(x)$$

$f(x+i) = f(x) + \frac{1}{i} f'(x) + \frac{1}{2!} f''(x) + \dots$

mon. *Monachian* prauzeu differencyjalnym rachunkiem pro

które uwzględnić można na podstawie
ich pochodnych. Wprawdzie w poście przedstawionym jest szereg syls
które nie są w pełni zgodne z prawdą, ale to nie jest najważniejsze. Ważne jest, aby

Wtedy, prowadząc wykreślaną, dostajemy, otrzymujemy

ponieważ i jest ilością dowolną, możemy ją wzięc n razy

re znaki funkcji $\frac{1}{1} f_1(a) + \frac{i^2}{1 \cdot 2} f_2'(a) + \dots$ wartości będzie od piersz-
wobiasu i siły momentu A. i. od pierwiastka $\frac{1}{1} f_1(a)$, a wartość $f_2'(a)$ jest i tak.

materyjny punkt $\frac{i^2}{1 \cdot 2} f(a) + \frac{i^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} f'(a) + \dots$ była dostateczna dla
naszej metody, i tak nie było konieczne mat.

$\lambda(a+i) = \lambda(a) + i\lambda'(a)$

$$\text{after } f(a-i) = f(a) - i f_1(a)$$



f'' wiatomiany $f_{r+1}(a)$ i $f_{r-1}(a)$ mogą być zerami dla $f_r(a)$

$$\alpha + i, \quad \dots, \quad t, \quad \dots, \quad +, \quad \dots, \quad +$$

da $x = a - i$ — — — — — + — — — — —

$a + i$

alla $x = a_i$ ----- + -----

$$a+1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(x) = a - i \dots \dots \dots + +$$

At 1

nie more być nigdy więzła, jale flopiem, prownania.

$x = a$, nie jeden, ale dwa, trzy i więcej wielomianów prowadzi się do
rew. Lubo ślicznie przypaść się może, wpiełano nie będzie rhytmem
a nawet ber porytmem, zastanowie się i nad podobnościami wydanemi.

$f_r(a), f_{r-1}(a), f_{r-2}(a), f_{r-3}(a), \dots, f_{r-m+1}(a)$ steps f is zero, ponere nas
pina $f_r(a)$ i. j. wilomian $f_{r+1}(a)$ nie step f is zero ale jist albo dodadym
albo odjinnym, pociągając ponownie $f_{r+1}(a)$ i. j. $f_{r+2}(a)$ i. j. $f_{r+3}(a)$ i. j. $f_{r+4}(a)$ i. j. $f_{r+5}(a)$ i. j. $f_{r+6}(a)$ i. j. $f_{r+7}(a)$ i. j. $f_{r+8}(a)$ i. j. $f_{r+9}(a)$ i. j. $f_{r+10}(a)$ i. j. $f_{r+11}(a)$ i. j. $f_{r+12}(a)$ i. j. $f_{r+13}(a)$ i. j. $f_{r+14}(a)$ i. j. $f_{r+15}(a)$ i. j. $f_{r+16}(a)$ i. j. $f_{r+17}(a)$ i. j. $f_{r+18}(a)$ i. j. $f_{r+19}(a)$ i. j. $f_{r+20}(a)$ i. j. $f_{r+21}(a)$ i. j. $f_{r+22}(a)$ i. j. $f_{r+23}(a)$ i. j. $f_{r+24}(a)$ i. j. $f_{r+25}(a)$ i. j. $f_{r+26}(a)$ i. j. $f_{r+27}(a)$ i. j. $f_{r+28}(a)$ i. j. $f_{r+29}(a)$ i. j. $f_{r+30}(a)$ i. j. $f_{r+31}(a)$ i. j. $f_{r+32}(a)$ i. j. $f_{r+33}(a)$ i. j. $f_{r+34}(a)$ i. j. $f_{r+35}(a)$ i. j. $f_{r+36}(a)$ i. j. $f_{r+37}(a)$ i. j. $f_{r+38}(a)$ i. j. $f_{r+39}(a)$ i. j. $f_{r+40}(a)$ i. j. $f_{r+41}(a)$ i. j. $f_{r+42}(a)$ i. j. $f_{r+43}(a)$ i. j. $f_{r+44}(a)$ i. j. $f_{r+45}(a)$ i. j. $f_{r+46}(a)$ i. j. $f_{r+47}(a)$ i. j. $f_{r+48}(a)$ i. j. $f_{r+49}(a)$ i. j. $f_{r+50}(a)$ i. j. $f_{r+51}(a)$ i. j. $f_{r+52}(a)$ i. j. $f_{r+53}(a)$ i. j. $f_{r+54}(a)$ i. j. $f_{r+55}(a)$ i. j. $f_{r+56}(a)$ i. j. $f_{r+57}(a)$ i. j. $f_{r+58}(a)$ i. j. $f_{r+59}(a)$ i. j. $f_{r+60}(a)$ i. j. $f_{r+61}(a)$ i. j. $f_{r+62}(a)$ i. j. $f_{r+63}(a)$ i. j. $f_{r+64}(a)$ i. j. $f_{r+65}(a)$ i. j. $f_{r+66}(a)$ i. j. $f_{r+67}(a)$ i. j. $f_{r+68}(a)$ i. j. $f_{r+69}(a)$ i. j. $f_{r+70}(a)$ i. j. $f_{r+71}(a)$ i. j. $f_{r+72}(a)$ i. j. $f_{r+73}(a)$ i. j. $f_{r+74}(a)$ i. j. $f_{r+75}(a)$ i. j. $f_{r+76}(a)$ i. j. $f_{r+77}(a)$ i. j. $f_{r+78}(a)$ i. j. $f_{r+79}(a)$ i. j. $f_{r+80}(a)$ i. j. $f_{r+81}(a)$ i. j. $f_{r+82}(a)$ i. j. $f_{r+83}(a)$ i. j. $f_{r+84}(a)$ i. j. $f_{r+85}(a)$ i. j. $f_{r+86}(a)$ i. j. $f_{r+87}(a)$ i. j. $f_{r+88}(a)$ i. j. $f_{r+89}(a)$ i. j. $f_{r+90}(a)$ i. j. $f_{r+91}(a)$ i. j. $f_{r+92}(a)$ i. j. $f_{r+93}(a)$ i. j. $f_{r+94}(a)$ i. j. $f_{r+95}(a)$ i. j. $f_{r+96}(a)$ i. j. $f_{r+97}(a)$ i. j. $f_{r+98}(a)$ i. j. $f_{r+99}(a)$ i. j. $f_{r+100}(a)$ i. j. $f_{r+101}(a)$ i. j. $f_{r+102}(a)$ i. j. $f_{r+103}(a)$ i. j. $f_{r+104}(a)$ i. j. $f_{r+105}(a)$ i. j. $f_{r+106}(a)$ i. j. $f_{r+107}(a)$ i. j. $f_{r+108}(a)$ i. j. $f_{r+109}(a)$ i. j. $f_{r+110}(a)$ i. j. $f_{r+111}(a)$ i. j. $f_{r+112}(a)$ i. j. $f_{r+113}(a)$ i. j. $f_{r+114}(a)$ i. j. $f_{r+115}(a)$ i. j. $f_{r+116}(a)$ i. j. $f_{r+117}(a)$ i. j. $f_{r+118}(a)$ i. j. $f_{r+119}(a)$ i. j. $f_{r+120}(a)$ i. j. $f_{r+121}(a)$ i. j. $f_{r+122}(a)$ i. j. $f_{r+123}(a)$ i. j. $f_{r+124}(a)$ i. j. $f_{r+125}(a)$ i. j. $f_{r+126}(a)$ i. j. $f_{r+127}(a)$ i. j. $f_{r+128}(a)$ i. j. $f_{r+129}(a)$ i. j. $f_{r+130}(a)$ i. j. $f_{r+131}(a)$ i. j. $f_{r+132}(a)$ i. j. $f_{r+133}(a)$ i. j. $f_{r+134}(a)$ i. j. $f_{r+135}(a)$ i. j. $f_{r+136}(a)$ i. j. $f_{r+137}(a)$ i. j. $f_{r+138}(a)$ i. j. $f_{r+139}(a)$ i. j. $f_{r+140}(a)$ i. j. $f_{r+141}(a)$ i. j. $f_{r+142}(a)$ i. j. $f_{r+143}(a)$ i. j. $f_{r+144}(a)$ i. j. $f_{r+145}(a)$ i. j. $f_{r+146}(a)$ i. j. $f_{r+147}(a)$ i. j. $f_{r+148}(a)$ i. j. $f_{r+149}(a)$ i. j. $f_{r+150}(a)$ i. j. $f_{r+151}(a)$ i. j. $f_{r+152}(a)$ i. j. $f_{r+153}(a)$ i. j. $f_{r+154}(a)$ i. j. $f_{r+155}(a)$ i. j. $f_{r+156}(a)$ i. j. $f_{r+157}(a)$ i. j. $f_{r+158}(a)$ i. j. $f_{r+159}(a)$ i. j. $f_{r+160}(a)$ i. j. $f_{r+161}(a)$ i. j. $f_{r+162}(a)$ i. j. $f_{r+163}(a)$ i. j. $f_{r+164}(a)$ i. j. $f_{r+165}(a)$ i. j. $f_{r+166}(a)$ i. j. $f_{r+167}(a)$ i. j. $f_{r+168}(a)$ i. j. $f_{r+169}(a)$ i. j. $f_{r+170}(a)$ i. j. $f_{r+171}(a)$ i. j. $f_{r+172}(a)$ i. j. $f_{r+173}(a)$ i. j. $f_{r+174}(a)$ i. j. $f_{r+175}(a)$ i. j. $f_{r+176}(a)$ i. j. $f_{r+177}(a)$ i. j. $f_{r+178}(a)$ i. j. $f_{r+179}(a)$ i. j. $f_{r+180}(a)$ i. j. $f_{r+181}(a)$ i. j. $f_{r+182}(a)$ i. j. $f_{r+183}(a)$ i. j. $f_{r+184}(a)$ i. j. $f_{r+185}(a)$ i. j. $f_{r+186}(a)$ i. j. $f_{r+187}(a)$ i. j. $f_{r+188}(a)$ i. j. $f_{r+189}(a)$ i. j. $f_{r+190}(a)$ i. j. $f_{r+191}(a)$ i. j. $f_{r+192}(a)$ i. j. $f_{r+193}(a)$ i. j. $f_{r+194}(a)$ i. j. $f_{r+195}(a)$ i. j. $f_{r+196}(a)$ i. j. $f_{r+197}(a)$ i. j. $f_{r+198}(a)$ i. j. $f_{r+199}(a)$ i. j. $f_{r+200}(a)$ i. j. $f_{r+201}(a)$ i. j. $f_{r+202}(a)$ i. j. $f_{r+203}(a)$ i. j. $f_{r+204}(a)$ i. j. $f_{r+205}(a)$ i. j. $f_{r+206}(a)$ i. j. $f_{r+207}(a)$ i. j. $f_{r+208}(a)$ i. j. $f_{r+209}(a)$ i. j. $f_{r+210}(a)$ i. j. $f_{r+211}(a)$ i. j. $f_{r+212}(a)$ i. j. $f_{r+213}(a)$ i. j. $f_{r+214}(a)$ i. j. $f_{r+215}(a)$ i. j. $f_{r+216}(a)$ i. j. $f_{r+217}(a)$ i. j. $f_{r+218}(a)$ i. j. $f_{r+219}(a)$ i. j. $f_{r+220}(a)$ i. j. $f_{r+221}(a)$ i. j. $f_{r+222}(a)$ i. j. $f_{r+223}(a)$ i. j. $f_{r+224}(a)$ i. j. $f_{r+225}(a)$ i. j. $f_{r+226}(a)$ i. j. $f_{r+227}(a)$ i

$$f_r(a+i) = f_r(a) + i f_{r+1}(a) = \frac{f_{r+1}(a)}{i}$$

$$f_{r-1}(a+i) = f_{r-1}(a) + i f'_r(a) + \frac{i^2}{1 \cdot 2} f''_{r+1}(a) = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 2} f''_{r+1}(a) \quad f_{r-1}(a) = 0$$

mięsiatem bzdurimy w ogólnosci
 $f_r(a+i) = i f_{r+1}(a)$ a naftygnie $f_r(a-i) = -i f_{r+1}(a)$

$$f_{r-1}(a+1) = \frac{1}{1.2} f_{r+1}(a) \quad \dots \quad f_{r-1}(a-1) = + \frac{1}{1.2} f_{r+1}(a)$$

$$f_{r-2}(a+1) = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_{r+1}(a) \quad \dots \quad f_{r-2}(a-1) = -\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_{r+1}(a)$$

$$f_{r-3}(a) = \frac{1}{112.3.4} f_{r+1}(a) \dots \dots \dots f_{r-3}(a-1) = + \frac{1}{112.3.4} f_{r+1}(a-1)$$

$$f_{r-4}(a) = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} f_{r+1}(a) \dots \dots \dots f_{r-4}(a-1) = -\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} f_{r+1}(a-1)$$

i. A. d.

Oprócz powyższych funkcji oznaczonych dla $x=a$ przez

$$f_{r+1}(a) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad f_{r-m}(a)$$

gdzie otrzymujemy dla siebie odpowiedniego przyjmując znak wielomianu $f_{r+1}(a)$ + lub -

| | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| $(\text{dla } x=a-i \dots)$ | \pm | \mp | \pm | \mp | \pm | \mp | \pm | \dots |
| $a \dots$ | \pm | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | \dots |
| $a+i \dots$ | \pm | \mp | \pm | \mp | \pm | \mp | \pm | \dots |

Skoro więc dla $x=a$ kilka poprzednich wielomianów staje się zero, aby dla tego postawienia można mieć małe, których z poprzednich ~~nie~~ lub następnych szeregiem znaków porównać były mogły, formuje się dwa inne szeregi znaków mianowicie dla $x=a-i$ i dla $x=a+i$ w ten sposób że dla otrzymania pierwszego, pisze się nad pierwszym szeregiem znaków przeciwny poprzedniemu, dla znaków zaś drugiego szeregu, pisze się pod pierwszym szeregiem taki sam, jaki był poprzedni raz, i postępuje w obu szeregach w lewy do prawy rzędu. Tym sposobem pierwszy szereg otrzyma premian a drugi rytm byłby następstwa znaków. Ale wielomian $f_{r-m+1}(a)$ jest ostatnim który się pojawia do zera, wielomian zaś $f_{r-m}(a)$ może być dodatni lub ujemny, narodzi się może być także parzysta lub nieparzysta, zatem pierwszy, tj. pierwszy szereg może stać się m lub $m+1$ lub też $m-1$ premian znaków.

Z tego co się dotychczas powiedziało, wiemy z pewnością, że dla każdego równania wypracowanego pochodnego, jak w §38 powiedziano, potoryby oraz w tych wielomianach $x=a$ i $x=b$, a narodzi się wypracowany, jako że z tych postawienia znaków, w sposób jaki się wyżej podało, między a i b znajduje się dobitnie tylko pierwszokrotność, bądź odcinek, jeżeli będzie urojone bądź też potrojone, jeżeli ażeby urojone, o ile mniej jest premian znaków w szeregu dla $x=b$ niż w szeregu dla $x=a$. Ale w przypadku gdy różnica między premianami znaków w obu szeregach jest $=1$, między a i b bierzemy nie więcej jak jeden wielomian pierwszokrotność danego równania. Gdyby zaś ta różnica była $=2$, między a i b znajduje się dwa wielomiany lub urojone pierwsze, wiążące równego równania. Dla wystrzygnięcia niepowinności, potrzeba ścisła granice a i b , między pośrednich pomiędzy nimi liczb c na x . A jeżeli pierwszy znaków dla $x=c$ miałby być o jedną premianę znaków mniej niż pierwszy dla $x=a$, jeden z dwóch pierwszokrotności liczb a i c między a i c a drugi między c i b . Jeżeli zaś pierwszy dla $x=c$ ma być samą liczbą premian znaków jak pierwszy dla $x=a$ lub też jak pierwszy dla $x=b$, w pierwszym razie ścisła granice potrzeba granice c i b lub a i c między również pośrednie między nimi liczbę itd. A jeżeli poprzednie ścisła granice nie dojdziemy do szeregu znaków naszego o jedną byłby premianę mniej niż pierwszy wyprawy albo pierwszy, wtedy z wielokrotnością podobieństwa w mianownikach możemy, że dwa urojone potrojone pierwszokrotności są urojone. Ale że podobne ścisła granice byłoby w bardzo wielu przypadkach niemożliwym, pada więc myśl, że dałbyśmy ciężej dobitnie przod, przy sposobie zapamiętania się o naturze słów między dwiema liczbami a i b przypadających pierwszokrotności.

Do dowodu dotychczas prowadzonych uwzględnić znaków wielomianów pochodnych dla różnych wartości x , uważać także możemy że ścisła granice premian znaków, nie jest nie urojone, chociaż x dały rozmaite bycie.

Le first, jeden z pośrednich wielomianów za pomocą pewnej wartości x staje się zero, w któryś należy albo dwie premiany analizować albo trzynaście. Ze względu, jeżeli przez potężnie pewnej wartości x , kilka pośrednich wielomianów prowadzi się do zero, staraj się $f(x)$ nie staje się zero, wtedy z pierwszego szeregu analizować należy albo parzystą liczbę premian albo nieparzystą. Skoro, więc, równanie $f(x) = 0$ ma 2m pierwiastków urojonych a następnie 11-2m rzeczywistych, gdzie 11 oznacza stopień równania, pierwszy pierwiastek znajduje się w rary po dwie premiany analizować w ten sposób, że po pierwsze wielomiany prowadzić się, pewne wartości x do zero.

Jeżeli więc, w tym potężnym mogli wyprze, że między a i b było byle jedno, jest pierwiastkiem ile premian analizować wystarczy z szeregu dla $x=a$, porównanego z szeregiem dla $x=b$. Tędyż, że w przypadku ubywania było premian analizować z pierwszego szeregu ile ~~było~~ stopień równania ma jednostkę w sobie, wypisać pierwiastki tego równania, list, między a i b . Ponieważ to co się dotyka powiadać najdelikatniej wypisać je na przykładach, prosto przejść przez do takich, może być się przypominać, że jeżeli przez potężnie $x=a$, jeden lub kilka pośrednich wielomianów prowadzi się do zero, wtedy, dla porównania szeregu analizować do tego, że Kawałeczek, taki, a szeregiem wpij się ~~z~~ czyli, pośrednim jako i następny, pierwszy, potrzebna są po, według więcej analizowanego prawdziwa, i to o tym szeregi analizować dla $a-i$ i $a+i$ które do porównania bierzemy samych szeregi dla $x=a$. Dla pewności i pierwszego otrzymania z pamięci, po w Kanam, na jęziku raz recurrence prawdziwa. Przypuścić wpy, że za potężnie $x=a$ otrzymaliśmy x następny pierwszy analizować

Affiora, hydriemmy chiedi porovonai' frang realtā della $x = a$ e frangiem
della varno sic x mui' p'ij n'ir a , wormiemmy samiaff' degor franga, frang
della $x = a - i$; jireli sas tenie frang della $x = a$ porovonai' hydriemmy chiedi
e frangiem della varno sic x mui' p'ij n'ir a , wormiemmy de dego p'ij
rovanania frang della $x = a + i$.

Wielkie nam uciechy z tego podane rozwiązanie
 $f(x) = x^5 - 3x^4 - 24x^3 + 95x^2 - 46x - 101 = 0$
 w którym chcemy znaleźć granice dla każdego z pięciu jego pierwiastków
 tedy napisać mamy

Wzrosty w tych wiek mianach $x = -10, -1, 0, +1, +10$, (najdźemy progi malew)

| dla $x =$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_3(x)$ | $f_2(x)$ | $f_1(x)$ | $f(x)$ |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| -10 | + | — | + | — | + | — |
| -1 | + | — | + | — | + | — |
| 0 | + | — | — | + | — | — |
| $+1$ | + | + | — | + | + | — |
| $+10$ | + | + | + | + | + | + |

[illegible]

z których wyłamy się pomiędzy -10 i -1 , -1 i 0 tudzież $+1$ i $+10$
najlepiej się po jednym wielokrotnym przewróceniu, w przerwanych tych
granicach $0-i$ i $0+i$, w kierunku obręty, przeciwstawnie, prawoszyronie;
gdyż w wypadkach ścisłym przewrócenia, zatorowego, powrotu
mamy w kierunku granic osi rekt. natury.

Proponiemy iże za orzek, gromadzący się do dyktanda, odczytania
między innymi, postępowania odczytania, i pisanie, i odczytanie
lub słuchanie, i odczytanie, i pisanie, i odczytanie

§43. Władymyr przypuszczając, że losy jego, stać się może albo na dwie granice pomiędzy które przypada, dwa pierwsze albo trzy. Ojciec jego tych ostatnich powiadać się nie może, ponieważ nie był nim, ale dwóch innych, jeżeli dwóch pierwszych nie było natury, nie oznaczać się, miało więc być one są, rzekł, lub być, urzeczony. Jeżeli przypuścimy do tego oznaczenia? Odejmij proporcjonalnie wspomnianemu, że dwie granice ponow, trzy które przypadają, potrzeba ścisłości, a jeżeli są rzekł, nie można być od siebie i są, tzn. między dwie inne bliższe granice. Tak więc w pierwszym przykładzie między $+1$ i $+10$ wchodzący są trzy pierwsze z których jeden jest, nie był nim a o innych dwóch nie wiadomo, czy jest, nie był nim, lub być, urzeczony. Ścisłością więc granice, potrzebne są $x=5$ a. najbliższy przedziałowi $+++++$ A. j. są one następujące, jeżeli dla $x=+10$ nie dowód, że niechcimy trzy pierwsze z których między $+1$ i $+5$. Kiedy już tak bliższe mamy dwie granice pomiędzy które pierwsze trzy przypadają, najlepiej, potrzebne seraz $x=2, 3, 4$. Wypisawośmy przedział, najbliższy

2 rubric
ni cent

very oil

Many
One but

is via
res mi

4 Digi

any. 6. 1881
1881
1881

live more
live more

Here are
Lepidoptera.

view

mine.

$\text{Alia } X = 1$ + + - + + -
 2 + + - - + -
 3 + + + - - -
 4 + + + + + -
 5 + + + + + +

5 --- + + + + +
 Skąd widzimy że rzekłszy, pierwiastki linij między 4 i 5, a
 dwa inne między 2 i 3, ale jeperze niewiemy czy rzekłszy, czy
 siarurojone. Siarwiajzowie stali granice 2 i 3 analit,
 byśmy że, si; pierwiastki linij między 2 i 3 i 2 i 4. Dali etoh
 nie skąd oświadczył tych granic, ješto bowiem dawno dłu mówio e
 prędkości z obrotu ziemie utomkami, a powiadamiam, że dani
 że si; w dalszym ciągu, podać sposób, dachu tatwizpy. Pierwiastki

[illegible]

$\begin{array}{cccccccc} + & - & - & + & - & + & - & + \\ + & + & - & - & - & + & - & + \end{array}$
 Karóéti jipremy nastygnie.

Fa chey, rapom
miez, gwadze fiz
majezgo sprosden,
wprze, wylis, puz,
wpriz lub druzij
natury,

$$\begin{array}{cccccccc}
 + & - & - & + & - & + & - & + \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\
 + & + & - & - & - & + & - & +
 \end{array}$$
Wetters Sege prawiotla byelie Sir

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|-----------------|---|---|---|---|---|
| + | - | + | - | - | | + | + | - | - | + |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 2 | <i>Indriver</i> | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 |
| + | + | + | + | - | | + | + | + | + | + |

Pierwiastki z dwiema granicami a i b , zawiesz w rozważeniu że $b > a$, znajomy są
 dwa rodzaje lub urojeń pierwiastki, trzy ostatnie charakterystyczne powinnym być 012,
 i znaki wielomianów $f(a)$ i $f(b)$ powinnym być tej samej. ~~W tym przypadku~~
~~W tym przypadku~~ W przypadku że trzy ostatnie
 charakterystyki nie są już powiadowane, mianowicie gdy ostatnia charakterystyka nie jest
 2, należące granice a i b ściennie potrzebne stały się, ~~czyli~~ ^{przy następnym} powinnym
 a i b są x i wyprawić znaki wielomianów $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ i t.d. powinnym
 przegani elli $x = a$ i $x = b$ i ten nawy przegani znaki powinnym x karidym z po-
 przednich już się pozna czyli dwa pierwiastki o których już mowa już są
 od innych oddzielone lub nie. Pierwiastki nie jest, potrzebne albo granice
 a i b , lub też a i b znawu ściennie, dopóki nie przegani elli do trzech
 ostatnie charakterystyki, już powiadowane, 012. Dopuszczamy granice
 do tego same i przypuszczamy że są granice a i b , t.j. że które dają
 trzy ostatnie charakterystyki 012, aby się przypuszczamy czyli tym sposobem
 wstawiamy pierwiastki a i b między siebie lub urojeń, postępując według następnich:
 pierwszą już ilosci $f_1(a)$ i $f_1(b)$, a jeżeli jeden z nich, lub też a i b ,
 jedna, lub urojeń na znaki, jest większy niż różnica granic $b - a$,
 wtedy z pewnością ~~o nich~~ ^{o nich} możemy się te dwa pierwiastki,
 które są urojeń. Tak np. w pierwszym z powyższych przypadków, otrzy-
 malismy w tym $f_5(x)$ $f_4(x)$ $f_3(x)$ $f_2(x)$ $f_1(x)$ $f(x)$

alla $X=2$ $\begin{array}{cccccc} + & + & - & - & + & - \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{array}$

$$x = 3 \quad \dots \dots \dots + \quad + \quad + \quad - \quad - \quad -$$

Trzy offtanie szareńki, 012 i offtania wchłaręzi ze smędy, 2 i 3 smędy dęj
to dwa piernia kłbi. Chęci, pernai'ich natęży, 2 i 3 mamy;

$$f(a) = f(2) = -21, f'(a) = f'(2) = +30, f(b) = f(3) = -32, f'(b) = f'(3) = -43$$

Przed $\frac{f(2)}{f_1(2)} = \frac{f(3)}{f_1(3)} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$ a $\frac{f(6)}{f_1(6)} = \frac{f(3)}{f_1(3)} = \frac{32}{43}$ a nie spełnia

$$\frac{f(b)}{f(a)} + \frac{f(a)}{f(b)} = \frac{f(3)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} = \frac{32}{43} + \frac{7}{10} = \frac{621}{430} > 3-2.$$

$f_1(b) = f_1(a) = f_1(3) = f_1(2) = 43, 10, 430$
 (Dwa punkty w powyższych granicach roszczenia pierwsi właściciele urojonę.

$f_1(x) f_6(x) f_7(x) f_8(x) f_9(x) f_{10}(x) f_{11}(x) f_{12}(x)$
 $= 10 \dots + - + - + - + -$
 $= 1 \dots + - + - - + - +$
 $0 - i \dots + + - - - + + +$
 $= 0 \dots + + 0 - - 0 + +$
 $0 + i \dots + + + - - - + +$
 $+ 1 \dots + + + + + + + +$

Sjuzet alla $x=0$... + + 0 - - 0 + +
 0 + i - - + + + - - - + + +
 + 1 - - + + + + + + + + +

| | | | | | | | | | |
|------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | $f_7(x)$ | $f_6(x)$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_3(x)$ | $f_2(x)$ | $f_1(x)$ | $f_0(x)$ |
| ella | σ_i | - | - | + | + | - | - | + | + |
| | -1 | - | - | + | - | + | - | + | + |
| | -0.5 | - | - | + | 0 | + | 2 | + | + |
| | 0-i | - | - | + | + | - | - | + | + |

line midrib - 1 i - 0.5 a clwa in nemigely - 0.5 i C.

zinn. Zaraz wyżej umieszczam
dwie krzywe pierwiastków. Ponieważ $f(a) = f(-1) = +7$, $f_1(a) = f_1(-1) = -5$
zatem $f_1(-0.5) = +6.3984375$, $f_1(b) = f_1(-0.5) = +7.34375$.

$\text{das } f'(6) = f'(4) = f'(6)$
 $\text{also } \frac{f(6)}{f'(6)} = \frac{6.3984375}{1.734375} \text{ das } \frac{f(a)}{f'(a)} = \frac{f(-1)}{f'(-1)} = -5 \text{ i ponicar baidy}$

z tego ilorazów, a keni więc jej ich poma ber, przysłać ma znaczne
 mi różnica $b-a = -0.5 + 1 = 0.5$, podobnie dwa te przeciwieństwa, 100000

0. Wzrosty ~~supra~~ milonitowy odpowiadające starożem 2 i 3
 i potwory w nich $\alpha \times \alpha \times \alpha - 0.3$, a drugi $\alpha \times \alpha \times \alpha - 0.3$

na 0, mającemu $f_3(a) = f_3(-0.5) = -1$; $f_4(a) = f_4(-0.5) = -1$

2nd. $f'(b) = f'(0) = -24$, $f_3(b) = f_3(0) = 24$.
 $f(b) = f_3(b) - 24 = \frac{1}{3} \cdot \frac{f_3(b)}{f_3'(b)} = \frac{f_3(b)}{f_3'(b)} = \frac{24}{-24} = -1$. As is shown for

pospółnego struktura wielomianów $f_3(x)$ i $f_4(x)$ tegoż nieśmy drugi

Ponieważ nie natrafiamy w penzyl szarowek następujących po job
012. więc potniebnie się nie granice. Kotori po py $x=0$, znajdziemy

periz. malicio $\begin{array}{cccccccc} + & + & + & + & - & - & - & + \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$
a dda $x=1$ $\begin{array}{cccccccc} + & + & + & + & + & + & + & + \end{array}$



co potrzebujemy nie jest... dla 0.8

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| + | + | + | + | + | + | + |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 1 | + | + | + | + | + | + |

Atak... $f(6) = f(1) = +9$, $f_1(6) = f_1(1) = +3$, $f_2(6) = f_2(1) = +9.0668032$, $f_3(6) = -2.008832$

Wskazywamy... $b-a = 1-0.8 = 0.2$

Wskazywamy... $9x^6 + 30x^5 + 22x^4 + 10x^3 + 17x^2 - 20x + 4 = 0$

Należy... $f(x) = 9x^6 + 30x^5 + 22x^4 + 10x^3 + 17x^2 - 20x + 4$

$f_1(x) = 54x^5 + 150x^4 + 88x^3 + 30x^2 + 34x - 20$
 $f_2(x) = 270x^4 + 600x^3 + 264x^2 + 60x + 34$
 $f_3(x) = 1080x^3 + 1800x^2 + 528x + 60$
 $f_4(x) = 3240x^2 + 3600x + 528$
 $f_5(x) = 6480x + 3600$
 $f_6(x) = 6480$

| | $f_6(x)$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_3(x)$ | $f_2(x)$ | $f_1(x)$ | $f(x)$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| dla $x = -10$ | + | - | + | - | + | - | + |
| | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| -1 | + | - | + | - | + | - | + |
| | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| 0 | + | + | + | + | + | + | + |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| $+1$ | + | + | + | + | + | + | + |

Z powyższego... $x = -5$, $x = -10$, $x = -1$, $x = 0$, $x = +1$

znajdziemy $f_4(a) = f_4(-1) = +168$, $f_5(a) = f_5(-1) = -2880$, zaś $f_4(b) = f_4(0) = +528$
 $f_5(b) = f_5(0) = +3600$. Ponieważ f_4 i f_5 są ilorazami $\frac{f_4(b)}{f_4(a)} = \frac{528}{168}$, $\frac{f_5(b)}{f_5(a)} = \frac{3600}{-2880}$
 ale nawet ich suma bez względu na znak, jest mniejsza niż różnica $b-a=0-(-1)=1$
 zatem dla porównania natury tych pierwiastków potrzebne są ściśle granice,
 gdyż próbując wyliczyć wielomian $f_4(x) = 3240x^2 + 3600x + 528$ i
 $f_5(x) = 6480x + 3600$ nie mamy wspólnego dzielnika, dlatego nie
 znajdziemy. Pólemy więc $x = -0.2$, a więc i jego pierwiastki
 a sprawdzimy dla $x=0$, oraz dla $x=-0.2$ między innymi znajdziemy

| | $f_4(x)$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| dla $x = -0.2$ | + | + | - | + | + | - | + |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| $x = 0$ | + | + | + | + | + | - | + |

Tu znajdziemy $f_3(a) = f_3(-0.2) = +1776$, $f_4(a) = f_4(-0.2) = -624$, tudzież
 $f_3(b) = f_3(0) = +60$, $f_4(b) = f_4(0) = +528$, stąd suma ilorazów $\frac{f_3(b)}{f_3(a)} + \frac{f_4(b)}{f_4(a)}$ t.j.
 $\frac{60}{1776} + \frac{528}{-624} \approx 0.4$... t.j. większa niż różnica $b-a = 0 - (-0.2) = 0.2$, co pozwala nie

dwa pierwiastki, równania $f_3(x) = 0$ są urojone. Odzwymy więc sfarbowy
 2 odprędków następujących po sobie od $f_3(x)$, znajdziemy przez sfarbowanie
 0010000, co nam dowodzi że $f_3(x) = 0$ w granicach -1 i 0 albo w punkcie
 przy -0.2 i 0 nie ma żadnego pierwiastka. Wsparane następujący pier.
 w tym rachunku, są urojone.

Prostszą metodą dwa pierwiastki sfarbowane między 0 i $+1$. Tu w tym
 przypływnym do wprawy wchodzącego prawidła, bo ostatecznie sfarbowanie f_3 0 i 1 .
 Ponieważ $f_3(0) = f_3(1) = +72$, $f_4(0) = f_4(1) = 336$, zaś $f_3(a) = f_3(0) = +72$, $f_4(a) = f_4(0) = -20$,

stąd $\frac{f_3(b)}{f_3(a)} = \frac{72}{336}$, $\frac{f_4(b)}{f_4(a)} = \frac{4}{-20}$, a więc $\frac{f_3(b)}{f_3(a)} + \frac{f_4(b)}{f_4(a)}$ t.j. ilorazów al. na
 met ich suma jest mniejsza niż $b-a = 1-0$, zatem przy stopniu należy
 do dalszego niepełnienia granic tylko jest dwa sfarbowane pierwiastki w
 dziedzinie. Tym jednak to niepełnie nie spełnia wierności, należy w pełni
 spróbować wyliczyć wielomian $f(x)$ i $f_1(x)$ nie mają wspólnego dzielnika.
 Trzebaż Salowage, znajdziemy go rzeczywiście $3x^2 + 5x - 2$

a równawymy go do zera, potrzebujemy rozwiązać równanie $3x^2 + 5x - 2 = 0$
 (Klasyfikacja) a następnie pierwiastki tego równania są -2 i $\frac{1}{3}$, więc

znajdziemy pierwiastki tego równania są -2 i $\frac{1}{3}$, więc
 pierwszy z pierwiastków jest dwójnym podwojnym który był
 sfarbowany w granicach -10 i -1 ; drugi pierwiastek $\frac{1}{3}$ przypada

w granice między 0 i $+1$, więc i ten
 w granice między 0 i $+1$ drżamy, t.j. w granice 0 i $+1$, więc i ten
 drugi pierwiastek jest podwojnym równania $f(x) = 0$ na początku

potwierdzone. Ma więc równe równanie pierwiastki $x_1 = -2$, $x_2 = -2$
 $x_3 = \frac{1}{3}$, $x_4 = \frac{1}{3}$ i oprócz tego dwa urojone między -0.2 i 0 . Tym op.

sohen nie tylko (ograniczenia) pierwiastków podanego równania, ale
 natomiast, ale nawet same pierwiastki rachunkiem drugim do
 ograniczenia, zatem i smy i na ten ich wybadali.

Według § 21, materialny wspólny dzielnik $3x^2 + 5x - 2 = 3x^2 + 6x - x - 2 =$
 $= 3x(x+2) - (x+2) = (3x-1)(x+2)$. Wtedy z tych dwójnych symbolów równ.

wpry do zera, otrzymamy pierwiastki równania $3x^2 + 5x - 2 = 0$, mia nowo
 zaś $3x-1=0$ stąd $x = \frac{1}{3}$, tudzież $x+2=0$ t.j. $x = -2$. Ale wtedy powo.

nego Sfa tak pierwszy jako i drugi pierwiastek jest podwojnym.

Gdybyśmy tu byli potworzyli $x = \frac{1}{3}$ i $x = -2$ i robilibyśmy to z $x = \frac{1}{3}$
 $x = -2$ jako $x = -2$, dwa ostateczne wielomiany, mia nowo $f(x)$ i $f_1(x)$ są
 stęte $= 0$, stąd wniosek, że jeżeli za potworem x i $x = -2$, m ostatecznych
 koniunktów stęte jest zero, równanie $f(x) = 0$, ma m pierwiastków równy x .

Jako efektu przygotował pierwszy zapis równania
 $f(x) = x^6 - 6x^5 + x^4 + 48x^3 - 8x^2 + 54x - 81 = 0$.

Wprowadziwszy wiadomym sposobem ułomiany pochodne i potem
 potorywszy w nich $-10, -1, 0, +1, +10$ za x , otrzymamy przybliżenia
 jak następuje

| | $f_6(x)$ | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_3(x)$ | $f_2(x)$ | $f_1(x)$ | $f(x)$ |
|---------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| dla $x = -10$ | + | - | + | - | + | - | + |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 7 | 1 |
| -1 | + | - | + | - | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | + | - | + | - | 1 | 2 | 2 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 |
| $+1$ | + | - | + | - | + | + | - |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | + | + | - |
| $+1+i$ | + | - | + | - | + | + | + |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | + | + | + |
| 10 | + | - | + | - | + | + | + |

Te przybliżenia pokazują, że wszystkie pierwiastki leżą w grani-
 icach -10 i $+10$, mianowicie zaś między -10 i -1 leży jeden pierwia-
 stek a ten naturalnie rzeczywisty; między 0 i $+1$ spulchnie potrzeba dwóch
 pierwiastków, których natura jeszcze nieznana, a między $+1$
 i $+10$ występuje trzy pierwiastki z których o jednym pewnym jest,
 że jest rzeczywistym, dwa zaś inne nie wiadomo. Badajmy teraz
 naturę pierwiastków. Według poprzednich przygotowań dla dwóch mi-
 ędzy 0 i $+1$ przypadających, mamy $\frac{f(1)}{f'(1)} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$, $\frac{f(0)}{f'(0)} = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$. A że
 nie tylko leżą, a tych ilorazów ale nawet ich suma jest mniejsza niż $1-0$,
 zatem należy ścisnąć granice. Nim jednak do tego przystąpimy, przy-
 najmy czyli ułomiamy $f(x)$ i $f'(x)$ nie mając wspólnego dzielnika.
 Najmniejszy dzielnik $x-3$ jest tym dzielnikiem. Ale że 3
 nie przypada w granice 0 i 1 , nie może zatem być pierwiastkiem
 równania $f(x) = 0$. Aby pokazać, że ten nie może również być pier-
 wiastkiem, równania $f(x) = 0$, ścisnijmy granice stawiając $x = 0.5$

| | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|
| dla $x = 0$ | + | - | + | + | - | + | - |
| | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0.5 | + | - | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | + | + | + |
| $+1$ | + | - | + | - | + | + | - |

Tu mamy $\frac{f(1)}{f'(1)} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3} = 0.33...$, $\frac{f(0.5)}{f'(0.5)} = \frac{125}{450} = \frac{5}{18} = 0.277...$
 Ponieważ suma tych ilorazów $0.611... > 1 - 0.5$, z powyższego więc
 stowarzyszenia możemy, że dwa leżą w granicach pierwiastki f_3 ułomiamy.
 Przyjdźmy teraz do trzech pierwiastków wystarczających między
 1 i 10 , ścisnijmy je poprzednio granice przez potworzenie $x = 2$, stąd otrzy-
 mamy

| | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|
| dla $x = 1+i$ | + | + | - | + | + | + | - |
| | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | + | + | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| | 0 | 0 | 0 | + | + | + | + |
| 10 | + | + | + | + | + | + | + |

Granice 2 i 10 ścisnijmy jeszcze stawiając $x = 3$, stąd otrzymamy
 przez skrócenie $+++ + 0 0 0$
 nie jest dowód, według poprzednio zrobionej uwagi, że pro-
 równanie $f(x) = 0$ ma trzy pierwiastki równie z których każdy $= 3$ i
 że $(x-3)^3$ jest dzielnikiem tego równania.

§ 45. Wykorzystajmy więc poprzednio sposobem wyrażenia pierwiastki
 podanego równania, tj. namierzmy w tym równaniu dwie granice
 przyległe, w których przypada, następująco naturalnie obrotowanie

przez punkty pierwsi, t.j. jeżeli nas' racjonalnie wiadomo, że mają
wspólnego dzielnika, natyś sięć granice a i b t.j. jeżeli' dwie
inne a i b tak bliskie, że równanie $f_2(x) = 0$ nie będzie miało między
dwoma granicami żadnego pierwiastka, a wpróżo. praham a i b , F pierwiastek
nie będzie między niemi. Tymczasem, jeżelibyśmy mieli jakiegoś bliskie
granice a i b , nie tych samych granicach ani równanie $f_2(x) = 0$,
ani też równanie $f_2(x) = 0$ żadnego nie będzie miało pierwiastka.

Jeżeli tego obliczenia granice dopięto, pozostaje jeszcze składowe;
w tym bowiem przypadku trzy ostatnie składowe być powinny

001. Przepustamy do takiegoś ścisłenia granic, można już z po-
winiem przystąpić do rachunku przybliżenia. Tak np. z równa-
nia $x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x - 2 = 0$, otrzymamy

| | | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| | $f_5(x)$ | $f_4(x)$ | $f_3(x)$ | $f_2(x)$ | $f_1(x)$ | $f(x)$ |
| dla $x=0$ | --- | + | + | + | + | + |
| 10 | --- | + | + | + | + | + |

Ponieważ tu trzy ostatnie składowe są 111 i nie są 001, przeto
ścisłe potrzebne granice. Wtedy w przy $x=1$, znajdujemy

| | | | | | | |
|-----------|-----|---|---|---|---|---|
| dla $x=1$ | --- | + | + | + | + | + |
| 10 | --- | + | + | + | + | + |

Teraz się pewni jesteśmy, że równanie $f(x) = 0$ ma tylko jeden
pierwiastek między 1 i 10, a równanie $f_2(x) = 0$ i $f_1(x) = 0$ żadnego
między temiż granicami.

Mówiąc tu bardzo łatwo dowiść, nadtem się już udowodniło, że
możemy, że jeżeli racjonalnie wiadomo, że jeżeli $x=a$ mają, że
same analizy są im odpowiadające, jeżeli $x=b$, powstaje też
analizy niezmienne, gdy a i x potorymy już, lub mił pomiędzy a i b
przypadaję, liczbę. Drugą prawdę, można także dowiść, że jeżeli
dla dwóch podstawień a i b przez składowe tworzą się 0 , lub
składowe porostanie niezmienne, gdy a i x potorymy już, lub mił
między a i b przypadaję, liczbę. Pamiętaj, że tylko, że a i b zmi-
niają się, niezmienią, jeżeli a i b nie powracają, gdy x od a do b
rośnie; co nam dostatecznie udowodni, że jeżeli x od a do b
i $x = +\infty$.

§47. Jeżeli granice a i b punktu pierwiastka lub już do siebie zbliżyliśmy
że trzy ostatnie składowe są 001, bez rachunku przystąpić możemy do ra-
chunku przybliżenia, a do następnych już sporo leży. Ponieważ już
naprawdę wiemy, że jeżeli pierwiastek, jest większy niż a , a mniejszy
niż b , potorymy z niego $x = b - \beta$, gdzie β naturalnie ujemna, to
od najbliższej granicy odjęć potrzeba, aby otrzymać prawdziwy pierwiastek,
stok. Według definicyi pierwiastka, być musi $f(b - \beta) = 0$. Stąd więc
dla §38. równanie $f(x+i) = f(x) + i f'(x) + \dots$, mamy też

$$f(b - \beta) = f(b) - \beta f'(b - \beta) = 0$$

Wiemy, że dwa ujemne, bez porównania, gdzie $f(b - \beta)$ ujemna
i $f(b)$ ujemna, jeżeli $f(x)$ składowe x potorymy się, ujemne, przypada,
jeżeli między $b - \beta$ i b czyli pomiędzy x i b , a którą się przez $b - \beta$ i b , lub
przez x i b oznaczamy. Z powyższego równania wypada

$$\beta = \frac{f(b)}{f'(x \dots b)}$$

a następnie $x = b - \frac{f(b)}{f'(x \dots b)}$

Ale jeżeli bardzo blisko x i b przypadają, a jeżeli, wartość, przypada, że
między a i b , więc wartość na x napiszemy, że wartość, następuje:

Četným manévry v rovnostiach byle cyfer židny sis bytko w ofskotnij l.j. najmir,
pri o jednu jednotu ligo najmirpego, razdu rovnity, zachowawany tym zporoben
warach se $a' < x < b'$.

Żyli teraz na tej samej drodze z granic a' i b' obchodzimy nowe a' i b',
 to znaczy być bliżej siebie poprowadzicie awfuleko takie że a' i b'. Tym fa-
 mym sposobem poślijmyże teraz dalej, stry mywać będrimy na swoim
 podobnym drutem teraz bliżej granice pomiędzy tyłami i jidnami praz,
 driny piersi ^{cały} piersi piersi będrice.

drugi pierwiastek zmiennych a i b wynosi.

§48. Cóż my teraz mamy zbliżenia się do prawdziwej wartości pierwiastka, jeżeli żadnym z pierwiastków nowych granic, albo wypróbowujemy mówić frazę, najmy wielką z wielką dłażaniem otrzymujemy się otrzymujemy się dobita, „Długo cię pierwiastka? Na ten koniec nie i wypróbowujemy różnicę granic, nie a i b tak że $b-a=i$, ponieważ są same i między granicami a i b równanie $f(x)=0$ ma tylko jeden, a równania $f_1(x)=0$ i $f_2(x)=0$ żadnego pierwiastka. Taki bież i będzie różnicą nowych granic a i b' tak że $b'-a'=i'$. Ponieważ $a'=a - \frac{f(a)}{f'(b)}$ według §47 poprzedniego zaś $a=b-i$ i otrzymujemy przez pomnożenie, natem

$f(b-i)$

$$a' = b - i - \frac{f(b-i)}{f_1(b)}$$

$$\text{A6 } f(b-i) = f(b) - if'(b) + \frac{i^2}{2} f''(b) - \dots \quad \S 38.$$

para $a' = b - i - \frac{f(b) - if_1(b) + \frac{i^2}{2}f_2(b-i \dots b)}{f_1(b)}$

znajdziemy $f_2(b-i \dots b)$ wariacje wielomianu $f_2(x)$ przez różnicę potęgową ze k liczb przypadającymi między $b-i$ i b . Aże $b-i \neq a$, myż znajdziemy potęgę $f_2(a \dots b)$ ze $f_2(b-i \dots b)$, przez wstrzygnięcie

$$a' = b - i - \frac{f(b) - if_1(b) + \frac{i^2}{2}f_2(a \dots b)}{f_1(b)}$$

Der zproposedajuzgo Sfu woenaj, si

$$b' = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$$

wzrosty między siebie $b-a'$ największy

$$b' - a' = \frac{i^2}{2} \frac{f_2(a \dots b)}{f_1(b)}$$

$$t.i. \quad i' = \frac{i^2}{2} \frac{f_2(a \dots b)}{f_1(b)} = \frac{i^2}{2} \frac{f_2(a \dots b)}{f_1(b)}$$

Ostatnie to powołanie jest bardzo ważnym w rachunku abstrakcyjnym, gdyż nam bowiem również nowych granic a_i i b_i , przez różnicę granic a i b gdzie współczynniki $\frac{f_2(a \dots b)}{f_1(b)}$ ^{wzrostają} ~~zmniejszają się~~ znany, że jeżeli oznaczymy, że wartość wielomianu $f_2(x)$ stowa do nim potwizamy se & licząc, że przypadałoby między a i b imianownik $f_1(b)$ ~~znajdą się~~ ^{znajdują się} jakby.

Z tego, że równania kryłamy, że polemi, że...
 Kwadratowi różnicy poprowadnich granic mnożenie przez iloraz $\frac{f_2(a, b)}{2f(b)}$. Ten iloraz albo raczej przybliżone jego wartość oznaczamy $CE/8$. $i' = C i^2$. Wartości C jak później zobaczymy.

erywpyjusz C, fbyrie. $U = C \cdot \dots$
 my, łatwo obraćować można, oraz postać się praktyczne wyniki
 przybliżonyj wartości Ciż dochożenie wiele się otrzykuje do
 stażonych cyfr, zaktualizowaniem zbliżeniem się. Tu już bowiem
 b-a bytu cyfr, np. następo

Widziemy, że jeżeli różnica granic b-a była wyrażona przez uproszczony ułamek, t.j. jeżeli różnica była $(\frac{1}{10})^s$, różnica b'-a' będzie potęgowa, t.j. jeżeli różnica była $(\frac{1}{10})^s$, różnica b'-a' będzie $(\frac{1}{10})^{s+1}$.

Liomba Crar wysnacerona, satny mi je warnoś' fowej w całym
ciszu rachunku przybliżenia, a różnice $i, i', i'' \dots$ być jednokrotni

Spencer Newb
na,

[illegible][illegible]

50

五

Francia, poprawdz
odje od instanc
niej podobniej

8 7 6 5 4 3

4 5 6 2 9 5

$$\frac{4 \ 3 \ 6 \ 2 \ 9 \ 5}{82+35+36+10+36+15=164 \text{ поправки}}$$

alba krocej-

$$2 + 5 + 6 + 0 + 6 + 5 = 24 \text{ жидов}$$
$$3 + 3 + 3 + 1 + 3 + 1 = 14 \text{ поправка к } 164$$
[illegible]

Przykład 1. Mielibyśmy potrzeba podzielić liczbę 3 przez 57684329863
 otrzymamy na naszym dzielniku ten pierwiastek cyfry 4. j. 576, tedy rachunek
 nasz będzie następujący:

$$\begin{array}{r}
 3 \quad | \quad 57684329863 \\
 \underline{2880} \quad | \quad 052007191892 \\
 1200 \quad | \quad 678 \\
 \text{poprawka } 49 = 5.8 \\
 \text{popr. } 1152 = 2 \times 576 \text{ cyfra 87, 5+2, cyfra 2 jest pierwsza.} \\
 \text{poprawka } 80 = 2.8 + 4.5 \text{ nie mieści się 2 razy} \\
 \text{poprawka } 36 = 2.8 + 4.5 \text{ nie mieści się 2 razy} \\
 \text{poprawka } 440 = 8.0 + 4.2 + 3.5 \text{ bo 576 w 44 nie mieści się} \\
 \text{poprawka } 23 = 8.0 + 4.2 + 3.5 \\
 \text{poprawka } 4170 = 8.0 + 4.0 + 3.2 + 2.5 \\
 \text{poprawka } 16 = 8.0 + 4.0 + 3.2 + 2.5 \\
 4154 \\
 \underline{4032} = 7.576 \\
 1220 \quad | \quad 12275+2+0+0+7 \\
 \text{poprawka } 105 = 8.7 + 4.0 + 3.0 + 2.2 + 9.5 \\
 1115 \\
 \underline{576} = 1.576 \\
 5390 \\
 \text{poprawka } 194 = 8.1 + 4.7 + 3.0 + 2.0 + 9.2 + 8.5 \\
 5296 \\
 \underline{5184} = 9.576 \\
 1120 \\
 \text{poprawka } 143 = 8.9 + 4.1 + 3.7 + 2.0 + 9.0 + 8.2 + 6.5 \\
 977 \\
 \underline{576} = 1.576 \\
 4010 \\
 \text{poprawka } 88 = 8.1 + 4.9 + 3.1 + 2.7 + 9.0 + 8.0 + 6.2 + 3.5 \\
 3922 \\
 \underline{3456} = 6.576 \\
 4660 \\
 \text{poprawka } 150 = 8.6 + 4.1 + 3.9 + 2.1 + 9.7 + 8.0 + 6.0 + 3.2 \\
 4510 \\
 \underline{4032} = 7.576 \\
 4780 \\
 \text{poprawka } 166 = 8.7 + 4.6 + 2.1 + 2.9 + 9.1 + 8.7 + 6.0 + 3.0 \\
 4614 \\
 \underline{4468} = 8.576 \\
 146 \\
 \text{i t. d.}
 \end{array}$$

2. Wzmierz ten sam przykład ale na naszym dzielniku otrzymamy
 cyfry 57. Rachunek będzie jak następuje:

$$\begin{array}{r}
 3 \quad | \quad 57684329863 \\
 \underline{285} \quad | \quad 05200719 \\
 150 \\
 \text{popr. } 30 = 6.5 \\
 120 \\
 114 = 2.57 \\
 60 \text{ cyfra 6 (5+2, przed cyfrą 2 nie poprawia)} \\
 \text{popr. } 52 = 6.2 + 8.3 \text{ nie mieści się 2 razy} \\
 80 \text{ cyfra 8 (5+2, przed cyfrą 2 nie poprawia)} \\
 \text{popr. } 36 = 6.0 + 8.2 + 11.5 \text{ nie mieści się 2 razy} \\
 440 \text{ cyfra 4 (5+2, przed cyfrą 2 nie poprawia)} \\
 23 = 8.0 + 4.2 + 3.5 \\
 4170 \text{ bo 576 w 417 nie mieści się} \\
 \text{popr. } 16 = 8.0 + 4.0 + 3.2 + 2.5 \\
 4154 \\
 \underline{4032} = 7.576 \\
 1220 \\
 \text{popr. } 105 = 8.7 + 4.0 + 3.0 + 2.2 + 9.5 \\
 1115 \\
 \underline{576} \\
 5390 \text{ i t. d.}
 \end{array}$$

bo ~~XX~~ rachunek jest idzie jak się wyprężył pokazano, a co widzi,
 my nawet z resztkami potrzebnych a nawet poprawek.

Przykład B. Chęć podzielić 25 6328 przez 9 7865432165432, wiemy że namierzonego dzielnika tylko jedna cyfra 9, tedy działanie następnie wykonamy:

$$\begin{array}{r} 25 \cdot 6328 \overline{) 9 \cdot 7865432165432} \\ 18 \\ \underline{76} \\ \text{pop. } 14 \\ \underline{62} \end{array}$$

54 83 8=2+6 więc cyfra 6 dobra.

pop. 58 25 9 w 25 mieści się 2 razy, lecz poprawka nie dałaby się odjąć więc bierzemy zamiast 2

$$\begin{array}{r} \text{pop. } 67 \\ \underline{95} \end{array}$$

81 148 14(2+6+1+9, cyfra 9 nie pewna

pop. 117 310 może być większa, więc cyfra 9 pewna, lecz w dzielniku przybiła się cyfra 7 do namierzonego dzielnika i

pop. 116 194 i robi się nowa poprawka

97 w 194, mieści się 2 razy, lecz reszta byłaby 0 oddzielić, żeby poprawki odjąć nie można, więc się nie oddzieli

pop. 97 873 97 w 873, mieści się 9 razy, ale się zostawia 0 w

776 który poprawki odjąć nie można, więc bierzemy 8

$$\begin{array}{r} \text{pop. } 976 \\ \underline{141} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{pop. } 829 \\ \underline{176} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{pop. } 530 \\ \underline{170} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{pop. } 2910 \\ \underline{163} \end{array}$$

485 420 reszta 42(2+6+1+9+1+8+8+3+5 więc

pop. 198 cyfra 5 nie pewna, lecz gdy poprawka 198

pop. 2220 może być większa, więc pewna, przybiła się

pop. 156 do nowej cyfry 2 podobnie, jako że następna

pop. 2064 cyfra do namierzonego dzielnika robi się

pop. 1956 poprawka

pop. 1080 978 w 901 mieści się 0

$$\begin{array}{r} \text{pop. } 9016 \\ \underline{141} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{8869} \\ \underline{8802} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{670} \\ \underline{195} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{475} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{4750} \\ \underline{183} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{4567} \\ \underline{3912} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{655} \text{ i t. d.} \end{array}$$

Porozumiem się że przykłady tak się rozwiązuje, wykonanie stawisz więc, choć w możliwości wykonania dzielnicę uspróbowane nie tylko na autografach dziesiętnych ale też i na korbach cathowidłych, gdzie dzielnicę samych namierzonych cyfr, przerobienie za pomocą przykładowych i innych poprzedzających, na dalsze użycie się pewności w tym działaniu które z powodu nie użycia w przybliżeniu cyfr dzielnic, jest tak więc pewna nawet pewniej niż od poprzedniego skróconego dzielenia.

Albowiem to granica himba...
na nią jedności $(2n+k)$...
prz. nie pierwiastek. To jest prosta...
ze X . Jeśli bowiem...
i innych razie...
ofstalnie...
niez. Tym sposobem...
jedności $(2n+k)$...
dalej przybliżenie...
Jeżeli to ofstalnie...
o $(\frac{1}{10})$, po pierwiastkowaniu...
po trzecim $8n+7k$, i t.d. pewnych...
nie jest do prawdziwego...
 $2n+k > n$, czyli gdy $n > k$,...
było odjemnem;...
warunkach jest dopuszczonym...
miejscie ściśle granice...
jest także $n=1-k$.

§ 55. Wykazanie i dowiedzenie...
fajmy narazie do przykładu...
 $X^2 - 5X - 7 = 0$, które już w § 36...
poniekąd potwierdzenie...
granice pierwiastków...
nawet eksplisany w § 42...
leż dwa a jeden pierwiastek...
prawie w § 43...
wspier pierwiastki...
bujemy. Aby obliczyć...
granic granice 1 i 10...
flek liny między 1 i 5...
iehowie pierwiastek...
majądramy bowiem dla $X=2$...
 $X=3$...

Spiesz spaznać...
przybliżenia...
 $\frac{f_2(3)}{2f_1(a)} = \frac{f_2(3)}{2f_1(2)} = \frac{18}{2 \cdot 7} = 1 \dots$...
granic $3-2=1=(\frac{1}{10})$...
dopuszczonym...
jez po...
obliczamy...
mamy $f(2.7) = -0.817$, $f_1(2.7) = 16.87$, $f_2(2.7) = 16.2$, $f_3(2.7) = 6$
zaś $f(2.8) = +0.952$, $f_1(2.8) = 18.52$, $f_2(2.8) = 16.8$, $f_3(2.8) = 6$
szed $2.8 - 2.7 = 0.1 = (\frac{1}{10})$,...
jednostka...
a warunk $n \geq 1-k$...

nieporozumienia.

Wzrosty $x=2.7$ a $\beta=2.8$, ponieważ $\frac{f(\beta)}{f_1(\beta)} = \frac{0.952}{18.52} = 0.05$, gdyż tylko dwa cyfry ilorazu są pewne i powiada że $2n+k=2$, więc powiastkowy efekt nie cyfry ilorazu o 1, będzie, $3 - \frac{f(\beta)}{f_1(\beta)} = 2.8 - 0.06 = 2.74 = \beta'$. Tym sposobem otrzymamy bliższą granicę prawdziwego pierwiastka niż która z poprzedzających. Ale jeszcze nie wiemy czyli ona jest większa lub mniejsza niż ten pierwiastek. Chcąc to wiedzieć potrzeba, by nowe granice, potworzyć za x w $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ i $f_3(x)$. Ponieważ wartość β jest

$$f(2.74) = f(2.7 + 0.04) = f(2.7) + 0.04 f_1(2.7) + \frac{(0.04)^2}{1 \cdot 2} f_2(2.7) + \frac{(0.04)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} f_3(2.7)$$

Oznacza je podobnie jak w § 42 przewidziano, rachunki będzie następujące:

| | | | |
|----------|-------------|------------|------------|
| $f(2.7)$ | $f_1(2.7)$ | $f_2(2.7)$ | $f_3(2.7)$ |
| -0.817 | 16.87 | 16.2 | 6 |
| | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
| | 0.6748 | 0.648 | 0.824 |
| | | 0.04 | 0.04 |
| | 2) 0.02592 | 0.00896 | |
| | 0.01296 | 0.00448 | |
| | | 0.04 | |
| | 3) 0.000192 | | |
| | | 0.00064 | |

| | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------|
| -0.817 | | | |
| +0.6748 | 16.87 | | |
| +0.01296 | 0.648 | 16.2 | |
| +0.00064 | 0.0048 | 0.824 | 6 |
| $f(2.74) = -0.129176$ | $f_1(2.74) = 17.5228$ | $f_2(2.74) = 16.44$ | $f_3(2.74) = 6$ |

Ponieważ $f(2.74)$ wypadło ujemne, więc się pokazuje że wartość 2.74 jest mniejsza niż pierwiastek szukany, ale jednak bliższa cyfry 4 jest pewną. Powiastkowy efekt nie cyfry o 1, otrzymamy granicę większą 2.75 , gdyż analiza ilorazu 2.74 będzie granicą większą. Nowe podobne granice bliższe pierwiastka niż poprzedzające są: $\alpha' = 2.74$, $\beta' = 2.75$ pomiędzy które prawdziwy pierwiastek przypada.

Dla uściślenia następnych bliższych granic, potrzeba w $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ i $f_3(x)$ potworzyć $x = 2.75$, co powierzymy powyższym rachunkom wykonanym, bardzo łatwo, bo $f(2.75) = f(2.74 + 0.01)$, więc

| | | | |
|-----------|-------------|----------|------|
| -0.129176 | 17.5228 | 16.44 | 6 |
| | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| | 0.173228 | 0.1644 | 0.06 |
| | | 0.01 | 0.01 |
| | 2) 0.001644 | 0.0006 | |
| | 0.000822 | 0.0003 | |
| | | 0.01 | |
| | 3) 0.000003 | | |
| | | 0.000001 | |
| -0.129176 | 17.5228 | 16.44 | 6 |
| + 17.5228 | 17.5228 | 16.44 | |
| + 822 | 16.44 | 16.44 | 6 |
| + 1 | 3 | | |

$f(2.75) = +0.046875$, $f_1(2.75) = 17.6875$, $f_2(2.75) = 16.50$, $f_3(2.75) = 6$.
Ponieważ teraz mamy $\beta' - \alpha' = 2.75 - 2.74 = 0.01 = \left(\frac{1}{10}\right)$, więc $n=2$, potem $\frac{f_2(\beta)}{2 f_1(\alpha)} = \frac{16.50}{2 \cdot 17.5228} = 0.4$. Albo, i jednako bezpośrednio cyfry jest $1 = \left(\frac{1}{10}\right)$, więc znów $k=0$, będzie, więc $f(\beta')$ przez $f_1(\beta')$ według uprzedzonego obliczenia, będzie β'' do otrzymania cyfry ponad $2n+k=4$. Tak też, będzie $\frac{f(\beta')}{f_1(\beta')} = \frac{0.046875}{17.6875} = 0.0026$, a powiastkowy efekt nie cyfry ilorazu o 1 i odjęty wprzód β' , będzie $\beta'' = \beta' - \frac{f(\beta')}{f_1(\beta')} = 2.75 - 0.0026 = 2.7473$ granicą znowu bliższą pierwiastka niż poprzedzająca. Czyli ta granica jest większa lub mniejsza niż prawdziwy pierwiastek, przekonamy się potworzywszy je za x w $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ i $f_3(x)$. A ponieważ $f(2.7473) = f(2.74 + 0.0073)$, więc na tej samej drodze jak poprzednio będzie

| | | | |
|-----------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f(2711)$
-0129176 | $f(2711)$
17.5228
1226596
525684
012791644 | $f(2711)$
1644
00073
115082
4932
0120012
00073
840084
360036
2) 00008760876
00004380438 | $f(2711)$
6
00073
00438
00438
00073
3066
1374
000031974
000015987
0000001167031
0000000389017 |
|-----------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

-0129176
+ 12761644
4380438
389017

$f(27473) = -0000821127183$, $f(27473) = 1764297187$

$f_2(27473) = 1644$
438
164838

$f_3(27473) = 6$

Anteriora granica 27473 jest mniejsza niż pierwsza, a ponieważ jej ostatnia cyfra 0 i otrzymany granicę wypisze tak i teraz będzie $\alpha'' = 27473$ a $\beta'' = 27474$.

Dla dalszego uściślenia potrzebujemy β'' potęgować x w $f(x)$

$f(x) \dots$, przed podobnym porównaniem sposobem otrzymamy

$f(27474) = 000094352424$, $f_1(27474) = 17611462028$
 $f_2(27474) = 164844$, $f_3(27474) = 6$

Teraz potrzebujemy $f(\beta'')$ jako $f(\beta)$, ale zobaczymy, że przedział cyfr wilorazie nie otrzymamy prawym. Tu jest $\frac{f(\beta)}{f_1(\alpha)} = \frac{164844}{2.1764297187} = 0.4 \dots$ więc $n=0$

$\beta'' - \alpha'' = 27474 - 27473 = 0.0001 = (\frac{1}{10})^4$ więc $n=4$ a $2n+1 = 9$. Wykonamy więc następne uściślenie wstępując z natury na ostatniej cyfrze dziesiętnej ilorazu. Jest więc $\frac{f(\beta'')}{f_1(\beta'')} = 0.00005345$, a ponieważ ostatnia cyfra 0 i będzie $\beta''' = \beta'' - \frac{f(\beta'')}{f_1(\beta'')} = 27474 - 0.00005346 = 274734654$.

Na nową granicę pisze obliczając pierwszą potęgę x w $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ dla porównania się czy jest większa od poprzedniej czy nie, więc, znowu bierzemy w uwagę drogę najmniejszą

$f(274734654) = 0000000005420348065641736$
 $f_1(274734654) = 176437390325499148$
 $f_2(274734654) = 1648407924$
 $f_3(274734654) = 6$

Jest więc anteriora granica mniejsza niż pierwsza i zalem napisze wypisze granicę będzie 274734655. Szukamy zatem pierwszą potęgę między 274734654 i 274734655.

Dla dalszego uściślenia potrzebujemy β''' obliczyć granicę wypisze potęgować x w $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$... bierzemy $f(274734655) = f(274734654 + 0.00000001)$

najmniejszy bierzemy $f(274734655) = 0000000171017043084061375$
 $f_1(274734655) = 1761137391973907075$
 $f_2(274734655) = 1648407930$
 $f_3(274734655) = 6$

Teraz mamy $\beta''' - \alpha''' = 274734655 - 274734654 = 0.00000001 = (\frac{1}{10})^8$ więc $n=8$ a $2n+1 = 17$ kwalifikujemy znowu 0, przed wilorazie $\frac{f(\beta''')}{f_1(\beta''')}$ wstępujemy się

i. A. d.

| | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| $f_1(4'32) = -197320263685$ | $f_1(4'33) = +0'1030761093$ |
| $f_2(4'32) = 205504607428280$ | $f_2(4'33) = 210'192612085$ |
| $f_3(4'32) = 508'564960$ | $f_3(4'33) = 515'174340$ |
| $f_4(4'32) = 664'7640$ | $f_4(4'33) = 669'17434$ |
| $f_5(4'32) = 44640$ | $f_5(4'33) = 44760$ |
| $f_6(4'32) = 120$ | $f_6(4'33) = 120$ |

18

$$529046542 \pm 86185561000 - = (95626.4)^4 +$$

1867
 Hi's.
 amir
 gran
 ze
 " "
 u
 18--1
 A
 h
 chery

1-3

$$Z^2 + pZ + q = 0$$

1-3
140
12

otrzymamy $Z^2 + PZ + Q = 0$
 Potem wprz. daj $\alpha x^m + \beta x^n + \gamma = \sqrt{v}$ i wartości Z z poprzedniego równania,
 otrzymamy $\alpha v^2 + \beta v + \gamma - \sqrt{v} = 0$. Następnie w poprzednim równaniu
 otrzymamy $\alpha v^2 + \beta v + \gamma - \sqrt{v} = 0$, stąd się znajdzie
 x a następnie X . Z czego się przekonamy że podobne równania nawet mogą
 być rozwiązane.

Pickle n more by the following algorithm. Each type $n = 3$ and $p = 8$ and $q = -9$
 has ordinary type $x^3 + 8x - 9 = 0$ mod 9. $x^3 = -4 \pm \sqrt{16+9} = -4 \pm 5$ mod 9
 $x^3 = 1$ i $x^3 = -9$ mod 9. $x = -\sqrt[3]{9} = -3$ mod 9. $407 \dots$
 $Q = 0$

1850 m. pisemny rub dla zdaje fizyownanie byt wyprzeży stopnia
i nie moze byt rozciaganiem opozolem, tu wskazywamy na ugnioty i
duke opozyma fizy do poplaci gule wyprzeż. Tote wyprzeżowanie.

$$(x+1)^6 - 6(x+1)^5 + 3x(5x^3 + 15x + 8) \div 261 = 0$$

po wykonaniu wskazywanych działań sprawdzić się do posłani.

$$x^6 - 40x^3 + 256 = 0$$

z którego $x^3 = 20 \pm 12$ a resztę $x^3 = 32$ i $x^3 = 8$. Dwa więc możliwe
piętnastki tego równania są: $x = 31, 48, \dots$ i $x = 2$; reszta inna jest
pusty.

Szermité ty Mo. algebroizme, ale si i priručnica pro tetacize ^{ind waga miedzi}

F. mianowicie,
jeżeli prowadzą
się do trzech wy-
warowań i
wykładów.
Jeżeli drugi jest
podobny wykład
druga w przed-
wzięciu wykładu,
nie,

wyżej Erasmia ze 'mnia. Wypstkie podobne prowadzą tam wyżej 'mnia w ogół
ni postać najszybciej

$$a^{2m} + pa^m + q = 0$$

negatívumok. A törzsfüggvény: $a^{nx} = 2$, majd írjuk $\tilde{z}^2 + pz + q = 0$, 2 betűre.

$$\alpha = -\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 - q}$$

Ainsi $n \times \log_2 a = \log_2 2$, d'où $x = \frac{\log_2 2}{n \log_2 a}$ par suite

$$x = \frac{\log. \left(-\frac{1}{2}p \pm \sqrt{\frac{1}{4}p^2 - q} \right)}{n \log. a}$$

(Zmyślenie tego, rozważania ^{pod pewnymi warunkami} równań wyśpych stopni nad ewar-
 na, jako wyśpach, na pierwszym, równań drugiego stopnia, które umiemy,
 swa i nie może być, równań wyśpach stopni, może być, sprowadzić
 do równań trzeciego lub ewariego stopnia, które rozważać umiemy,
 i z pomocą, jakiegoś sposobu, i może, następnie, być, rozważaniami.
 (Zachodzi proste pytanie, czy i jakie są, podobne, równania?)
 (Zachodzi proste pytanie, czy i jakie są, podobne, równania?)

$$a_0 x^{nm} + a_1 x^{(n-1)m} + a_2 x^{(n-2)m} + a_3 x^{(n-3)m} + \dots + a_{n-2} x^{2m} + a_{n-1} x^m + a_n = 0$$

be potorywry $x^m = x$, majdrcimy

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x + a_n = 0$$

A jeżeli $n = 2, 3, 4$, t. j. nie pnie wyjąca swawolnego flogumia, tedy również są
współzależne, t. j. mała wartość x , wogółem
dla wszystkich wartości x , bo $x = \sqrt{x}$.

Wyznaczamy $x^2 = z$, otrzymujemy $z^4 - 4z^3 - 13z^2 + 64z - 48 = 0$. Skoro pierwiastki $z_1 = 1, z_2 = 3, z_3 = 4, z_4 = -4$. A więc $x = \pm \sqrt{z}$, pierwiastki $x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm \sqrt{3}, x_{5,6} = \pm 2, x_{7,8} = \pm 2\sqrt{-1}$. Nie otrzymujemy już nad sobą tabelnym przypadkiem jemuś, na tym jednym przypadku.

[illegible]

Przepisami na pierwiastki i na ich potęgach równania jest bardzo łatwe, alboż nie wspomniałem ich wypracowania jednolitego od pierwiastka i ostatniego odległego, że jeżeli równanie jest takie i współczynniki dwóch wypracowań skrajnych, jeżeli jednak odpowiednich wypracowań mogą być takie same lub różne. Ogólnie więc prosta, łatwa, równania można podać w następującym

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_{n-3} x^3 + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x + 1 = 0$$

Przyjmujemy że x jest pierwiastkiem tego równania, będzie

$$x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + \dots + a_{n-3} x^3 + a_{n-2} x^2 + a_{n-1} x + 1 = 0$$

Podzielimy całe równanie przez $\pm x^n$, otrzymamy, pisząc wyrazy w odwrotnym porządku,

$$\frac{1}{x^n} + a_1 \frac{1}{x^{n-1}} + a_2 \frac{1}{x^{n-2}} + a_3 \frac{1}{x^{n-3}} + \dots + a_{n-3} \frac{1}{x^3} + a_{n-2} \frac{1}{x^2} + a_{n-1} \frac{1}{x} + 1 = 0$$

na dowiadanie $\frac{1}{x}$ jest również pierwiastkiem pierwiastka równania, bo ten sam wyprawkę otrzymamy zakładając $x = \frac{1}{x}$

Tę własność odwrotnych równań stopni parzystych, podaje nam sposób przeniesienia ich do stopnia o potęgę niższą, w następstwie czego otrzymamy tylko wypracowania pierwiastka ogólnie, pierwiastek równania parzystego stopnia

$$x^{2n} + a_1 x^{2n-1} + a_2 x^{2n-2} + a_3 x^{2n-3} + \dots + a_{n-1} x^2 + a_n x + 1 = 0$$

Podzielimy całe równanie przez x^n a potem dodamy wyprawkę parami, jednolitego od pierwiastka i ostatniego odległego jak równie i same skrajne,

$$\text{Otrzymamy: } (x^n + \frac{1}{x^n}) + a_1 (x^{n-1} + \frac{1}{x^{n-1}}) + a_2 (x^{n-2} + \frac{1}{x^{n-2}}) + a_3 (x^{n-3} + \frac{1}{x^{n-3}}) + \dots + a_n = 0$$

Zobaczymy teraz czyli zamiana dwumianów w nawiasach nie zmienia będzie, możemy siłą łatwiej, żeby to ostatnie równanie przynajmniej było proste, wypracowania algebraicznego.

$$\text{Ponieważ } x + \frac{1}{x} = Z, \text{ ponieważ } (x^n + \frac{1}{x^n})Z = (x^n + \frac{1}{x^n})(x + \frac{1}{x}) = (x^{n+1} + \frac{1}{x^{n+1}}) + (x^{n-1} + \frac{1}{x^{n-1}})$$

$$\text{Zatem } x^{n+1} + \frac{1}{x^{n+1}} = (x^n + \frac{1}{x^n})Z - (x^{n-1} + \frac{1}{x^{n-1}})$$

Kładąc tu $a=1, 2, 3, 4, \dots$ otrzymamy

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})Z - (x^0 + \frac{1}{x^0}) = Z^2 - 2$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x^2 + \frac{1}{x^2})Z - (x + \frac{1}{x}) = Z^3 - 2Z$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^3 + \frac{1}{x^3})Z - (x^2 + \frac{1}{x^2}) = Z^4 - 4Z^2 + 2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = (x^4 + \frac{1}{x^4})Z - (x^3 + \frac{1}{x^3}) = Z^5 - 5Z^3 + 5Z$$

i t. d.

Widzimy więc że niezmienne łatwo jest wypracować każdy z powyższych dwumianów przez Z w postaci łatwej całkowitej. Ażeż równania $x + \frac{1}{x} = Z$ wypada $x^2 - Zx + 1 = 0$ gdyż $x = \frac{1}{2}Z \pm \sqrt{\frac{1}{4}Z^2 - 1} = \frac{Z \pm \sqrt{Z^2 - 4}}{2}$

Widzimy więc że niezmienne łatwo jest wypracować każdy z powyższych dwumianów przez Z w postaci łatwej całkowitej. Ażeż równania $x + \frac{1}{x} = Z$ wypada $x^2 - Zx + 1 = 0$ gdyż $x = \frac{1}{2}Z \pm \sqrt{\frac{1}{4}Z^2 - 1} = \frac{Z \pm \sqrt{Z^2 - 4}}{2}$

Widzimy więc że niezmienne łatwo jest wypracować każdy z powyższych dwumianów przez Z w postaci łatwej całkowitej. Ażeż równania $x + \frac{1}{x} = Z$ wypada $x^2 - Zx + 1 = 0$ gdyż $x = \frac{1}{2}Z \pm \sqrt{\frac{1}{4}Z^2 - 1} = \frac{Z \pm \sqrt{Z^2 - 4}}{2}$

$$F(x^8 - 4x^7 - 10x^6 + 24x^5 + 20x^4 - 24x^3 - 10x^2 - 4x + 1) = 0$$

Wielkiemu danielowi było przewanie

$$x^8 - 1024x^7 + 2560x^6 + 6744x^5 + 5888x^4 + 6444x^3 - 2560x^2 - 1024x + 25 = 0$$

Wobec tego, jeżeli wiadomym jest, że odwołanie i wygrana jednakożowe od stosownych adwokatów
można otrzymać za darmo. Podzieliliśmy więc przysługujące prawo 24 i rozdaliśmy je.
Każdemu wygrany prawami jako powiększenie, niejednolite.

$$F \quad 256(x^4 + \frac{1}{x^4}) - 1024(x^3 + \frac{1}{x^3}) - 2560(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 6144(x + \frac{1}{x}) + 5888 = 0$$

Wtedy teraz $x + \frac{1}{x} = Z$ oraz za różnic dwumianu wznosząc Z wyżej i spuszczając, a potem spraszerując, otrzymamy:

$$2562^4 - 10242^3 - 256235842^2 + 2162^2 + 1520 = p$$

(Dziękuję bardzo za wiadomość przez 25.6, spójrzcie na to, jak bardzo się cieszyłem)

$$x^4 - 4x^3 + 36x^2 + 36x + 45 = 0$$

równanie, czwartego stopnia które ogólnie, rozwiązać umiemy. Nie
 uwagajże tu ooli ogólnych, na ten cel, rozwiąż, bo ich tu nie potrzebujemy, praw-
 stopniemy, prawdziwo wskazane w § 20. Dokładniejsi dziełnikami, ostatniego
 wyrazu są 1, 3, 5, 9, 45; jeżeli więc to równanie mamy najniższej męto-
 re, pierwszaki catkowite, że nie może być in premi jeli co dopiero rzucione
 dziełniki. Równanie jest zupełne i ma dwie przemiany i dwa następne
 analiza, mawie słowa dodatnie a słowa ujemne pierwszaki jeżeli są zupełne
 są, jeżeli nie. Probowajże napisać dziełniki 3 i 5 jako dodatnich, majore
 my je, przekształć je dwie, żeby są, dwoma pierwszaki mawie ostatniego ro-
 wnanias. Mają to, są cię do powiadomienia innych. Dziełniki 3 i 5 mawie,
 nie dwóch innych pierwszaki, podzielnym, wielomian równania przez
 ~~$(x-3)(x-5) = x^2 - 8x + 15$~~ $(x-3)(x-5) = x^2 - 8x + 15$ a iloraz równa się, do zero
 najniższy $x^2 + 4x + 3 = 0$ są $x = -2 \pm 1$; dwa ostatnie pierwszaki
 są $x = -1$ i $x = -3$. Ostatniego tedy równania pierwszaki są:

$$z_1 = 3, z_2 = 5, z_3 = -1, z_4 = -3$$

Teraziności składać jedyną w drugą w wyrażeniu pierwiastka równania pier-
wotnego, t.j. w wyrażeniu $x = \frac{z \pm \sqrt{z^2 - 4}}{2}$, otrzymamy pierwiastki równania
rationalnego jak następuje:

De $x=3$ $x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ $x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$

$$x_2 = 5 \dots \dots x_3 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \dots \dots x_4 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2} = \frac{2}{5 + \sqrt{21}}$$

$$x = -1 \quad \dots \quad x_5 = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \quad \dots \quad x_6 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} = \frac{2}{-1 + \sqrt{-3}}$$

$$x = -3 \quad \dots \quad x_7 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \quad \dots \quad x_8 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} = -\frac{2}{-3 + \sqrt{5}}$$

Żyję w przekonaniu odwołanem ¹ ² ³ ⁴ ⁵ ⁶ ⁷ ⁸ ⁹ ¹⁰ ¹¹ ¹² ¹³ ¹⁴ ¹⁵ ¹⁶ ¹⁷ ¹⁸ ¹⁹ ²⁰ ²¹ ²² ²³ ²⁴ ²⁵ ²⁶ ²⁷ ²⁸ ²⁹ ³⁰ ³¹ ³² ³³ ³⁴ ³⁵ ³⁶ ³⁷ ³⁸ ³⁹ ⁴⁰ ⁴¹ ⁴² ⁴³ ⁴⁴ ⁴⁵ ⁴⁶ ⁴⁷ ⁴⁸ ⁴⁹ ⁵⁰ ⁵¹ ⁵² ⁵³ ⁵⁴ ⁵⁵ ⁵⁶ ⁵⁷ ⁵⁸ ⁵⁹ ⁶⁰ ⁶¹ ⁶² ⁶³ ⁶⁴ ⁶⁵ ⁶⁶ ⁶⁷ ⁶⁸ ⁶⁹ ⁷⁰ ⁷¹ ⁷² ⁷³ ⁷⁴ ⁷⁵ ⁷⁶ ⁷⁷ ⁷⁸ ⁷⁹ ⁸⁰ ⁸¹ ⁸² ⁸³ ⁸⁴ ⁸⁵ ⁸⁶ ⁸⁷ ⁸⁸ ⁸⁹ ⁹⁰ ⁹¹ ⁹² ⁹³ ⁹⁴ ⁹⁵ ⁹⁶ ⁹⁷ ⁹⁸ ⁹⁹ ¹⁰⁰ ¹⁰¹ ¹⁰² ¹⁰³ ¹⁰⁴ ¹⁰⁵ ¹⁰⁶ ¹⁰⁷ ¹⁰⁸ ¹⁰⁹ ¹¹⁰ ¹¹¹ ¹¹² ¹¹³ ¹¹⁴ ¹¹⁵ ¹¹⁶ ¹¹⁷ ¹¹⁸ ¹¹⁹ ¹²⁰ ¹²¹ ¹²² ¹²³ ¹²⁴ ¹²⁵ ¹²⁶ ¹²⁷ ¹²⁸ ¹²⁹ ¹³⁰ ¹³¹ ¹³² ¹³³ ¹³⁴ ¹³⁵ ¹³⁶ ¹³⁷ ¹³⁸ ¹³⁹ ¹⁴⁰ ¹⁴¹ ¹⁴² ¹⁴³ ¹⁴⁴ ¹⁴⁵ ¹⁴⁶ ¹⁴⁷ ¹⁴⁸ ¹⁴⁹ ¹⁵⁰ ¹⁵¹ ¹⁵² ¹⁵³ ¹⁵⁴ ¹⁵⁵ ¹⁵⁶ ¹⁵⁷ ¹⁵⁸ ¹⁵⁹ ¹⁶⁰ ¹⁶¹ ¹⁶² ¹⁶³ ¹⁶⁴ ¹⁶⁵ ¹⁶⁶ ¹⁶⁷ ¹⁶⁸ ¹⁶⁹ ¹⁷⁰ ¹⁷¹ ¹⁷² ¹⁷³ ¹⁷⁴ ¹⁷⁵ ¹⁷⁶ ¹⁷⁷ ¹⁷⁸ ¹⁷⁹ ¹⁸⁰ ¹⁸¹ ¹⁸² ¹⁸³ ¹⁸⁴ ¹⁸⁵ ¹⁸⁶ ¹⁸⁷ ¹⁸⁸ ¹⁸⁹ ¹⁹⁰ ¹⁹¹ ¹⁹² ¹⁹³ ¹⁹⁴ ¹⁹⁵ ¹⁹⁶ ¹⁹⁷ ¹⁹⁸ ¹⁹⁹ ²⁰⁰ ²⁰¹ ²⁰² ²⁰³ ²⁰⁴ ²⁰⁵ ²⁰⁶ ²⁰⁷ ²⁰⁸ ²⁰⁹ ²¹⁰ ²¹¹ ²¹² ²¹³ ²¹⁴ ²¹⁵ ²¹⁶ ²¹⁷ ²¹⁸ ²¹⁹ ²²⁰ ²²¹ ²²² ²²³ ²²⁴ ²²⁵ ²²⁶ ²²⁷ ²²⁸ ²²⁹ ²³⁰ ²³¹ ²³² ²³³ ²³⁴ ²³⁵ ²³⁶ ²³⁷ ²³⁸ ²³⁹ ²⁴⁰ ²⁴¹ ²⁴² ²⁴³ ²⁴⁴ ²⁴⁵ ²⁴⁶ ²⁴⁷ ²⁴⁸ ²⁴⁹ ²⁵⁰ ²⁵¹ ²⁵² ²⁵³ ²⁵⁴ ²⁵⁵ ²⁵⁶ ²⁵⁷ ²⁵⁸ ²⁵⁹ ²⁶⁰ ²⁶¹ ²⁶² ²⁶³ ²⁶⁴ ²⁶⁵ ²⁶⁶ ²⁶⁷ ²⁶⁸ ²⁶⁹ ²⁷⁰ ²⁷¹ ²⁷² ²⁷³ ²⁷⁴ ²⁷⁵ ²⁷⁶ ²⁷⁷ ²⁷⁸ ²⁷⁹ ²⁸⁰ ²⁸¹ ²⁸² ²⁸³ ²⁸⁴ ²⁸⁵ ²⁸⁶ ²⁸⁷ ²⁸⁸ ²⁸⁹ ²⁹⁰ ²⁹¹ ²⁹² ²⁹³ ²⁹⁴ ²⁹⁵ ²⁹⁶ ²⁹⁷ ²⁹⁸ ²⁹⁹ ³⁰⁰ ³⁰¹ ³⁰² ³⁰³ ³⁰⁴ ³⁰⁵ ³⁰⁶ ³⁰⁷ ³⁰⁸ ³⁰⁹ ³¹⁰ ³¹¹ ³¹² ³¹³ ³¹⁴ ³¹⁵ ³¹⁶ ³¹⁷ ³¹⁸ ³¹⁹ ³²⁰ ³²¹ ³²² ³²³ ³²⁴ ³²⁵ ³²⁶ ³²⁷ ³²⁸ ³²⁹ ³³⁰ ³³¹ ³³² ³³³ ³³⁴ ³³⁵ ³³⁶ ³³⁷ ³³⁸ ³³⁹ ³⁴⁰ ³⁴¹ ³⁴² ³⁴³ ³⁴⁴ ³⁴⁵ ³⁴⁶ ³⁴⁷ ³⁴⁸ ³⁴⁹ ³⁵⁰ ³⁵¹ ³⁵² ³⁵³ ³⁵⁴ ³⁵⁵ ³⁵⁶ ³⁵⁷ ³⁵⁸ ³⁵⁹ ³⁶⁰ ³⁶¹ ³⁶² ³⁶³ ³⁶⁴ ³⁶⁵ ³⁶⁶ ³⁶⁷ ³⁶⁸ ³⁶⁹ ³⁷⁰ ³⁷¹ ³⁷² ³⁷³ ³⁷⁴ ³⁷⁵ ³⁷⁶ ³⁷⁷ ³⁷⁸ ³⁷⁹ ³⁸⁰ ³⁸¹ ³⁸² ³⁸³ ³⁸⁴ ³⁸⁵ ³⁸⁶ ³⁸⁷ ³⁸⁸ ³⁸⁹ ³⁹⁰ ³⁹¹ ³⁹² ³⁹³ ³⁹⁴ ³⁹⁵ ³⁹⁶ ³⁹⁷ ³⁹⁸ ³⁹⁹ ⁴⁰⁰ ⁴⁰¹ ⁴⁰² ⁴⁰³ ⁴⁰⁴ ⁴⁰⁵ ⁴⁰⁶ ⁴⁰⁷ ⁴⁰⁸ ⁴⁰⁹ ⁴¹⁰ ⁴¹¹ ⁴¹² ⁴¹³ ⁴¹⁴ ⁴¹⁵ ⁴¹⁶ ⁴¹⁷ ⁴¹⁸ ⁴¹⁹ ⁴²⁰ ⁴²¹ ⁴²² ⁴²³ ⁴²⁴ ⁴²⁵ ⁴²⁶ ⁴²⁷ ⁴²⁸ ⁴²⁹ ⁴³⁰ ⁴³¹ ⁴³² ⁴³³ ⁴³⁴ ⁴³⁵ ⁴³⁶ ⁴³⁷ ⁴³⁸ ⁴³⁹ ⁴⁴⁰ ⁴⁴¹ ⁴⁴² ⁴⁴³ ⁴⁴⁴ ⁴⁴⁵ ⁴⁴⁶ ⁴⁴⁷ ⁴⁴⁸ ⁴⁴⁹ ⁴⁵⁰ ⁴⁵¹ ⁴⁵² ⁴⁵³ ⁴⁵⁴ ⁴⁵⁵ ⁴⁵⁶ ⁴⁵⁷ ⁴⁵⁸ ⁴⁵⁹ ⁴⁶⁰ ⁴⁶¹ ⁴⁶² ⁴⁶³ ⁴⁶⁴ ⁴⁶⁵ ^{466</}

$$x^8 + a_1 x^7 + a_2 x^6 + a_3 x^5 - a_3 x^3 - a_2 x^2 - a_1 x - 1 = 0$$

$x^6 + a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 - a_3x - a_2x - a_1x - 1 = 0$
(Dodawamy i odejmujemy wyrazy parami z jednakową odległością, tworząc)

$$(x^8-1) + a_1x(x^6-1) + a_2x^2(x^4-1) + a_3x^3(x^2-1) = 0$$

które, równanie gal. wiiramy podzielnem jest przez $x^2 - 1$, a czego wypadnie, że $x = \pm 1$. A, p. że takie równanie ma dwa pierwiastki $+1$ i -1 . Wzrostamy ras' dzielnie i uporządkowujemy wypadki, znajdujemy:

$$x^6 + a_1 x^5 + (1+a_2)x^4 + (a_1+a_3)x^3 + (1+a_2)x^2 + a_1 x + 1 = 0$$

A. j. najdroższy, równanie odwrotne postaci o jeliż jui, mówiliś mi; nie
potrzebuję prosto nowego objaśnienia, bo całe postępowanie jifś zupełnie
tę samą jeliż jui. —

Jżeli odwołne równanie jest stopnia nieparzystego, ma w każdym przypadku pierwiastek $+1$ lub -1 według tego, ile oddzieliło się od x jest $x-1$ lub $x+1$, zniżamy je o jeden stopień; jeżeli odwołne równanie jest stopnia parzystego, stopnia a do tego stopnia, również równanie odwrotne. Nie słowem tego, że jeżeli mamy równanie stopnia parzystego, równanie odwrotne nieparzystego stopnia pod ogólną postacią, lub x , w jej poprzedniej postaci do celu, równanie stopnia nieparzystego, i podzieliwszy je wielomianem $x-1$ lub $x+1$ według tego, ile się wyprzedziło. Jeżeli mamy, jeżeli przytłum, równanie pierwsze następujące:

$$5x^7 - 3x^6 + 7x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 7x^2 - 3x + 5 = 0$$

Ponieważ to równanie ma jeden pierwiastek $x = -1$, podzieliwszy zatem jego wielomian przez $x+1$, i równamy do zera, znajdziemy

$$5x^6 - 8x^5 + 15x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 8x + 5 = 0$$

równanie odwrotne stopnia parzystego, z którego obchadzając się jak poprzednio powiódziano, znajdziemy napróż

$$5(x^3 + \frac{1}{x^3}) - 8(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 15(x + \frac{1}{x}) - 13 = 0$$

z potęgą $x + \frac{1}{x} = z$ i za dwumian, wartości w z oraz uprości, wpy w pewien, otrzymamy

$$5z^3 - 8z^2 + 3 = 0$$

To równanie, jeżeli nie trudno dostrzec bez potrzeby próbowania, ma jeden pierwiastek $z = 1$, podzieliwszy więc jego wielomian przez $z-1$ i iloraz równamy do zera, otrzymamy równanie

$$5z^2 - 3z - 3 = 0$$

z którego $z = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{10}$

Ale $x = \frac{z \pm \sqrt{z^2 - 4}}{2}$, więc otrzymujemy

dla $z = 1$ --- $x_1 = \frac{1 + \sqrt{-3}}{2}$ --- $x_2 = \frac{1 - \sqrt{-3}}{2} = \frac{2}{1 + \sqrt{-3}}$

dla $z = \frac{3 + \sqrt{69}}{10}$ --- $x_3 = \frac{3 + \sqrt{69} + \sqrt{-322 + 6\sqrt{69}}}{20}$

$x_4 = \frac{3 + \sqrt{69} - \sqrt{-322 + 6\sqrt{69}}}{20}$

$x_5 = \frac{3 - \sqrt{69} + \sqrt{-322 - 6\sqrt{69}}}{20}$

$x_6 = \frac{3 - \sqrt{69} - \sqrt{-322 - 6\sqrt{69}}}{20}$

Widzimy tu parę parami
podane równanie
ten tylko jeden
ma pierwiastek
nie inny, który
nie

Na powyższym, zaraz zauważamy, że mamy pierwiastki $x = -1$. Widzimy tu parę parami podane równanie ten tylko jeden ma pierwiastek nie inny, który nie

Przyjmując uwagę powyższą co się powiedziało o równaniach odwrotnych, dostrzegamy, że nie mogą być ogólnie rozwiązanymi aż do stopnia drugiego, włącznie. Wypytanie, czy równanie ogólnej postaci $x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + a_3x^{n-3} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ może być rozwiązane, nie wiemy, od g, symie fany z problemem rozwiązać, ma, że jeżeli wielomian n-tego stopnia przez x^n zamienimy je na odwrotne, a wtedy jeżeli $x = 1/x'$ czyli $x' = 1/x$, otrzymamy, że równanie o jakich dotąd mówiliśmy. —

W najbliższym związku z równaniami odwrotnymi, stoją równania dwuwyrazowe, dla tego, tak nazywane, że mają, byćko dwa wyrazy, mianowicie wyraz, mający najwyżej potęgę nieznanej ilości, i wyraz, mający stopień, równy zero, i wyraz, ostatni t.j. nie zależący od nieznanej ilości.

Każde takie równanie, przedstawiać może pod ogólną postacią

$$x^n + a = 0$$

Jżeli n jest liczbą parzystą, tedy równanie $x^n + a = 0$ ma, i wyraża n pierwiastków, urojone, równanie zaś $x^n - a = 0$ ma, dwa rzeczywiste, jeden dodatni, drugi ujemny, a $n-2$ pierwiastki urojone. W przypadku, że n jest liczbą nieparzystą, tedy równanie, ma, zawsze jeden pierwiastek rzeczywisty, i $n-1$ urojonych, parzystych. Ponieważ, jeżeli a , i x są pierwiastkami $n-1$, są urojonymi.

Mówimy, że jeżeli pod uwagę, równanie $x^n - a = 0$. Półożymy tu $x = z\sqrt[n]{a}$, otrzymamy $z^n - 1 = 0$ i do tej postaci, sprowadziliśmy, że dwuwyrazowe, równanie. Ponieważ, to ostatnie, równanie, będzie, jest stopnia parzystego, bądź, nieparzystego, ma, zawsze pierwiastek $z = 1$, podzielimy je, przez $z-1$, i otrzymamy, $z^{n-1} + z^{n-2} + z^{n-3} + z^{n-4} + \dots + z^2 + z + 1 = 0$

t.j. otrzymamy, równanie odwrotne, które, jeżeli $n-1$ nie parzystą, liczbą, 9, nawiązujemy, się, do poprzedniego, równania. Znalazłszy, więc, wyrażenie, pierwiastki, ostatniego, mieć, będziemy, i pierwiastki, pierwszego, równania. Należy, nam, było, podać, do rozwiązania, równanie

$$x^5 - 5 = 0$$

Jeżeli, tedy, $x = z\sqrt[5]{5}$, powróćmy, je, na $z^5 - 1 = 0$. Dzielimy, to, ostatnie, przez $z-1$, otrzymamy, równanie odwrotne

$$z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$$

$$\text{z którego } (z^2 + \frac{1}{2}z) + (z^2 + \frac{1}{2}z) + (z + \frac{1}{2}) + 1 = 0$$

$$\text{które, tedy, daję } z + \frac{1}{2} = y \text{ otrzymamy}$$

$$y^3 + y^2 - 2y - 1 = 0$$

To, ostatnie, równanie, rozwiążemy, mieć, α, β, γ , będą, jego, pierwiastkami

$$\text{tedy, też, powróćmy, do, równania } z + \frac{1}{2} = y$$

$$\text{dla } y = \alpha \dots z_{1,2} = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4}}{2}, \text{ dla } y = \beta \dots z_{3,4} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4}}{2}$$

$$y = \gamma \dots z_{5,6} = \frac{\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4}}{2}$$

Pierwiastkami, pierwotnego, równania, będą

$$x_1 = \sqrt[5]{5}$$

$$x_{2,3} = \sqrt[5]{5} \cdot \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4}}{2}$$

$$x_{4,5} = \sqrt[5]{5} \cdot \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4}}{2}$$

$$x_{6,7} = \sqrt[5]{5} \cdot \frac{\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4}}{2}$$

(Dwuwyrazowe, pierwotne, równania, rozwiązaniami, być, mogą, ogólnie, aż, do, 10-go, stopnia, włącznie. Oprócz, tego, każde, równanie, dwuwyrazowe, którego, wykładnik, potęgi, nieznanej, ma, na, dwa, czynnikiki, takie, żeby, każdy, z, nich, był, 5, i, miał, przeciwny, znak. W tym, bowiem, przypadku, będzie, rozwiązanie, bez, użycia, dyktanda. Tak, np. ponieważ, w, równaniu, $x^{15} - 1 = 0$, $15 = 3 \cdot 5$, więc, potęgę, $x^5 = z$, otrzymamy, $z^3 - 1 = 0$. Znalazłszy, pierwiastki, tego, równania, i, każdy, z, nich,

potwierdzić, że poprzedniemu, otrzymany $x^3 - x = 0$, które rozwiązuje
sprawdźmy, jeśli wypis, znajdujemy dla każdej wartości x , jakie są wartości
czyli pierwiastki równa x , wypisaliśmy więc otrzymany 16 jak być powinno.
Wskazując, że jest to jednak uwagi, że są to wartości i mają być poprawne,
z tym sposobem rozwiązania równań dwu wyrazowych, jest to a po
możemy funkcji trygonometrycznych, co przy rozwiązaniu, wiec tego w całej
Analizie, wzmianka Moirra, ujęty jest najdł.

Dodatek II.

Subo z poprzedniego mojego zestawienia, analizy i wypisów, są
jakoś rozwiązania równań trygonometrycznych, które funkcji F. i jak widzieliśmy, można jest być bez obawy
trygonometryczne, jakoś, biorąc, linij trygonometrycznych, oraz rachunek
wypisów, są to jednak, że nie będzie niczym innym, dla wypisów, są
naprawdę, to, chociaż, do doświadczenia, trygonometryczne rozwiązania
równań trzeciego stopnia.

Skąd, ponieważ, trzeciego stopnia, porównujemy, z tego drugiego
wypisem, sprawdzając, że do postaci $x^3 + px + q = 0$, a wzór Cardana.

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27}}}$$

Daje nam jeden pierwiastek. Ponieważ, obliczenie tego pierwiastka
podlega wielu trudności, przeto, nie gory, równanie, ma wypisane
trzy pierwiastki, różne, nie równe, wprowadzono, zatem, do ten wzór
linij trygonometrycznych, wiec, ułatwia, je, ten rachunek, a że
największą trudność, pochodzi z pierwiastka kwadratowego $\sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27}}$,
więc, jeśli do tej części, skierowano, całe uśrednianie, a ponieważ
dla tego, że ten pierwiastek, posiada, się, nawet, między postaciami, różnymi,
jony. Trygonometryczny, przypadek, że, $\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27} = 0$, co byłoby, wtedy, być
 $\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27} > 0$ czyli, dodatnia, ilość, albo $\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27} < 0$, lub, ujemna, $\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27} < 0$
może, być, że, jest, ujemna, i $\frac{1}{4}q^2 = \frac{p^3}{27}$, lub, ujemna, $\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27} < 0$
czyli, ilość, ujemna, a wtedy, wypisane, trzy pierwiastki, są, różne,
i nie równe. Ponieważ, po drugim, przypadku, wypadnie

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}q} + \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q} = \pm 2\sqrt[3]{\frac{1}{2}q}$$

i w takim, razie, trzy pierwiastki, są, różne, i takie, że, dwa, z nich, są
jakoś, równe, a trzeci, jest, podobny, im. Wtedy, i w takim, przypadku,
równa, linij trygonometrycznych, są, takie, że, było, by, być, to, jest,
wypis, i ostatniego, przypadku.

Wiedząc, że, wzór Cardana, napisany, następuje

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27}}} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27}}}$$

Biorąc, teraz, pierwszy, przypadek, że $\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27} > 0$, widzimy, że
to, być, może, tak, dla, że, dodatniego, jakoś, i ujemnego. Ponieważ,
nam, prosto, potrzeba, dla, przypadku, i obydwu, widzieliśmy, linij
trygonometrycznych, wprowadzić, nam, wypadnie. Ponieważ

$$\sqrt{\frac{1}{4}q^2 + \frac{p^3}{27}} = \frac{1}{2}\sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} = P, \text{ wzór Cardana}$$

$$\text{pisze, tak, napisany, możemy, } x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}P} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}P}$$

Formy $\frac{4p^3}{27q^2} = \text{shy. } \alpha^2$ mamy $\text{shy. } \alpha = \frac{2}{q} \left(\frac{p}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$, a następnie $q = \frac{2}{\text{shy. } \alpha} \left(\frac{p}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$
 Tym sposobem miedzy innymi $P = \frac{2}{\text{shy. } \alpha} \left(\frac{p}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{1 + \text{shy. } \alpha^2} = \frac{2}{\text{shy. } \alpha} \left(\frac{p}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{\text{dost. } \alpha}$
 $= \frac{2 \text{ dost. } \alpha \left(\frac{p}{3}\right)^{\frac{3}{2}}}{\text{wst. } \alpha} \cdot \frac{1}{\text{dost. } \alpha} = \frac{2}{\text{wst. } \alpha} \left(\frac{p}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$, Wiadomo Cardana potrozyl wply warowno-
 sci na P i q , otrzymamy $x = \sqrt[3]{\frac{p}{3} \left(\sqrt[3]{-\frac{1}{\text{shy. } \alpha} + \frac{1}{\text{wst. } \alpha}} + \sqrt[3]{\frac{1}{\text{shy. } \alpha} + \frac{1}{\text{wst. } \alpha}} \right)}$
 $= \sqrt[3]{\frac{p}{3} \left(\sqrt[3]{\frac{1 - \text{dost. } \alpha}{\text{wst. } \alpha}} - \sqrt[3]{\frac{1 + \text{dost. } \alpha}{\text{wst. } \alpha}} \right)}$
 Ale $1 - \text{dost. } \alpha = 2 \text{ wst. } \alpha^2$ i $1 + \text{dost. } \alpha = 2 \text{ wst. } \alpha^2$

$\sqrt{\frac{P}{2}} (\sin \beta - \cos \beta)$

Jeżeli więc w danym równaniu p jest dodatnim, cały rachunek pierwiastka
sprowadzi się do obliczowania $\text{stg. } \alpha = \frac{2}{9} \left(\frac{p}{5} \right)^{\frac{3}{2}}$ a potem $\text{stg. } \beta = \text{Vstg. } \frac{2}{3} \alpha$, z czego
łatwo otrzymamy pierwiastek rzeczywisty z ostatniego wyrażenia.

$$x = \sqrt{-\frac{p}{3}} \left(\sqrt[3]{-\frac{1}{\cos \alpha} + \cos \alpha} - \sqrt[3]{\frac{1}{\cos \alpha} + \cos \alpha} \right) = \sqrt{-\frac{p}{3}} \left(\sqrt[3]{\frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}} + \sqrt[3]{\frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha}} \right)$$

Mathematische Notation: $\sqrt[3]{\sin \frac{1}{2} \alpha} = \sin \beta$, wobei:

$$x = -\frac{2}{\sin 2\beta} \sqrt{-\frac{p}{\sigma}}$$

Przytępnijcie narodzić się do ostatniego przypadek $\frac{1}{2}g^2 + \frac{1}{2}g^3 < 0$, co wzię-
dy byłoby być może góry podjęmne i takie $\frac{1}{2}g^2 + \frac{1}{2}g^3 < \frac{1}{2}g^2$. Jest to przypadek
nawarany od dawnych Algebrystów nieprawy (irreducibilis).
Ponieważ w takim razie ilość $\frac{1}{2}g^2 + \frac{1}{2}g^3$ jest $\frac{1}{2}g^2 + \frac{1}{2}g^3$ będzie postać urojonej
i być nie może, jest w rachunku spozob porobyć, więc i wprowadzenie funkcji

Owor. w owej wielości. Tutaj, analitisimy tylko trzy których wstawy
je, różnie na dowód, że one tylko mogą, wchodzą wstaw trzech pierwiastków
Now równania $x^3 - \frac{3r^2}{4}x + \frac{r^3}{4} \text{wst. } 3\alpha = 0$.

Przywsp. najprościej, wyprowadzenia tych trzech. Tutaj, pierwiastków w efekcie
tego równania będą $x_1 = r \text{wst. } \alpha$, $x_2 = r \text{wst. } (\frac{1}{3}\pi - \alpha)$, $x_3 = -r \text{wst. } (\frac{1}{3}\pi + \alpha)$
albo, ponieważ $\frac{1}{3}\pi = 60^\circ$, $x_1 = r \text{wst. } \alpha$, $x_2 = r \text{wst. } (60^\circ - \alpha)$, $x_3 = -r \text{wst. } (60^\circ + \alpha)$

Chcemy teraz rozwiązać równanie $x^3 + px + q = 0$ w którym po prostu od
jemne i opierając $(\frac{1}{2}q)^2 < (\frac{p}{3})^3$, które prosto jest w przypadku nieprzypadku
wiedzącym, potrzeba je tylko porównać z powyższym, dla oznaczenia
wartości r i $\text{wst. } 3\alpha$. Jeżeli, ponieważ $\frac{3r^2}{4} = p$ a $\frac{r^3}{4} \text{wst. } 3\alpha = q$, zatem
z pierwszego mamy $r^2 = -\frac{4p}{3}$ czyli $r = 2\sqrt{-\frac{p}{3}}$, z drugiego zaś $\text{wst. } 3\alpha = \frac{4q}{r^3}$

Ale $r^3 = 8(-\frac{p}{3})^{\frac{3}{2}}$ więc $\text{wst. } 3\alpha = \frac{q}{2(-\frac{p}{3})^{\frac{3}{2}}}$. Cety prosto rachunki
oprowadzić do obliczenia. Najpierw r i $\text{wst. } 3\alpha$, a mając 3α mamy
też α i odraz odjęwszy α od 60° a drugi raz dodawszy, otrzymamy
Tutaj α , $60^\circ - \alpha$ i $60^\circ + \alpha$ oraz wielości r , onej trzem trzypierwiastkami
jak je wyżej podaliśmy.

Dajmy choi po jedynym przykładzie tego trygonometrycznego rachunku
na przykładzie wyprowadzonych tu trzech przypadków.

Przykład 1. W § 28, analitisimy rzeczywisty pierwiastek równania

$$x^3 - 12x^2 + 57x - 94 = 0$$

$x = 3.3621659$ przybliżony według nas wypróbow. Spróbujmy go zapisać
funkcją kątową. Na ten koniec potrzeba najpierw do równania przegwiesić
do postaci $x^3 + px + q = 0$ t.j. potrzeba z niego wyznaczyć wyraz drugi. Po
torezwy $x = z + \frac{p}{z} = z + 4$, co na to samo wychodzi co zmniejszyć jego pier-
wiastki o 4, otrzymamy $z^3 + 9z + 6 = 0$, więc $p = 9$ a $q = 6$. Ponieważ
 p jest dodatni, dla otrzymania pierwiastka potrzeba wprowadzić
składową trygonometryczną, a dla tego potorezwy $\text{skł. } \alpha = \frac{2}{9}(\frac{p}{3})^{\frac{1}{2}}$
bądź $\text{skł. } \alpha = \frac{2}{9}(3)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{3} = \sqrt{3}$, więc $\log \sqrt{3} = 0.2385606 = \log \text{skł. } \alpha$,
prosto $\alpha = 60^\circ$ a natępnie $\frac{1}{2}\alpha = 30^\circ$. $\log \text{skł. } 30^\circ = 9.7614394$ więc
 $\log \sqrt{3} \text{skł. } \alpha = 9.9204798 = \log \text{skł. } \beta$, zatem $\beta = 39^\circ 47' 0.89$ a
 $2\beta = 79^\circ 34' 1.78$. Następnie

$$\begin{aligned} \log 2 &= 0.3010300 - \\ \log \sqrt{3} &= 0.2385606 \\ \log \text{skł. } 2\beta &= 9.2631171 \\ \log 2 &= 9.8047077 - \\ \text{więc } \alpha &= -0.6388341 \end{aligned}$$

Ale $x = 4 + \alpha$, więc $x = 3.3621659$, zupełnie zgodnie z poprzednim §.

Przykład 2. W § 36 i 55 analitisimy rzeczywisty pierwiastek równania

$x^3 - 5x - 7 = 0$, spróbujmy go opisać w ten sposób. Ponieważ tu $p = -5$ a
 $q = -7$, tudzież $(\frac{7}{2})^2 < (\frac{p}{3})^3$, zatem wprowadzimy tu cosinus t.j. potorezwy
 $\text{wst. } \alpha = -\frac{2}{7}(\frac{p}{3})^{\frac{1}{2}}$ bądź więc

$$\begin{aligned} \log -\frac{2}{7} &= 9.4559320 - \\ \log (\frac{5}{3})^{\frac{1}{2}} &= 0.3327730 \\ \log \text{wst. } \alpha &= 9.7887050 - \text{ więc } \alpha = -37^\circ 56' 3.92, \frac{1}{2}\alpha = -18^\circ 58' 1.96 \\ \log \text{skł. } \frac{1}{2}\alpha &= 9.5361639 - \text{ zatem } \log \text{skł. } \frac{1}{2}\alpha = 9.8453880 = \log \beta \text{ a } \beta = -35^\circ 0' 35.98 \\ \text{zatem } 2\beta &= -70^\circ 0' 11.96. \text{ Następnie ponieważ } x = -\frac{2}{\text{wst. } 2\beta} \sqrt{\frac{5}{3}}, \text{ bądź} \\ \log 2 &= 0.3010300 - \\ \log \sqrt{\frac{5}{3}} &= 0.1109243 \\ \text{dpt. } \log \text{wst. } 2\beta &= 0.0269591 - \\ \log x &= 0.4389134 + \text{ więc } x = 2.747346 \end{aligned}$$

Ten pierwiastek zupełnie się zgadza z poprzednim wypróbow. z analitisimym w poprzednich §§.

Przykład 3. Niekonwergentne równanie pierwiastkowe

$$x^3 - 7x - 7 = 0$$

Jeżeli równanie nie jest równaniem,

Ponieważ dla p odjemnej i q dodatniego $(\frac{q}{2})^2 < (\frac{p}{3})^3$, mając więc p dodatnie i q ujemne, w tym przypadku nie mamy ujemnego; równanie więc jest arbitralne, niemając sposobu rozwiązania $x^3 - \frac{3p^2}{4}x + \frac{q^3}{4} \cos 3\alpha = 0$, mając więc

$$\frac{3p^2}{4} = 7, \text{ (kiedy } \alpha = 2\sqrt{\frac{7}{3}}, \text{ potem } \frac{q^3}{4} \cos 3\alpha = -7 \text{ (kiedy } \cos 3\alpha = -\frac{28}{73}$$

$$\text{tj. } \cos 3\alpha = -\frac{28}{56\sqrt{\frac{7}{3}}} = -\frac{3}{2\sqrt{\frac{7}{3}}}, \text{ zatem}$$

$$\log 2 = 0.3010300$$

$$\log \sqrt{\frac{7}{3}} = 0.1839883$$

$$\log 7 = 0.4850183$$

$$\log 3 = 0.4771213$$

$$\log 2\sqrt{\frac{7}{3}} = 0.4850183$$

$$\log \cos 3\alpha = 9.9921030 -$$

$$3\alpha = -79^\circ 6' 24'' 20$$

$$\alpha = -26^\circ 22' 8'' 07$$

$$60 - \alpha = 33^\circ 37' 51'' 93$$

$$60 + \alpha = 33^\circ 37' 51'' 93$$

natomiast

$$\log 7 = 0.4850183 \dots \dots \dots 0.4850183 \dots \dots \dots 0.4850183$$

$$\log \cos \alpha = 9.6475288 - \log \cos(60 - \alpha) = 9.99991272 \quad \log \cos(60 + \alpha) = 9.7433870 -$$

$$\log x_1 = 0.1325471 - \log x_2 = 0.4841455 \quad \log x_3 = 0.2284053 -$$

$$x_1 = -1.356897 \quad x_2 = 3.048916 \quad x_3 = -1.692019$$

